

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по дисциплине**

«АССИМИЛЯЦИЯ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ»

Направление подготовки 05.03.05 – Прикладная гидрометеорология

Профиль – Прикладная метеорология

Квалификация (степень) – Бакалавр



Санкт-Петербург

2016

Рекомендованы учёным советом метеорологического факультета РГГМУ

(Протокол № ___ от _____ 201_ г.)

УДК (551.50+551.51): 523.31

Методические указания по дисциплине «Ассимиляция гидрометеорологических данных» для бакалавров по направлению подготовки 05.03.05 – «Прикладная гидрометеорология», профиль - «Прикладная метеорология»-СПб.: Изд. РГГМУ, 2016 – 22 с.

Методические указания составлены в соответствии с программой дисциплины «Ассимиляция гидрометеорологических данных» для бакалавров по направлению подготовки 05.03.05 – «Прикладная гидрометеорология», профиль подготовки – «Прикладная метеорология». Даются рекомендации по изучению разделов дисциплины. Приводятся вопросы для самопроверки, рекомендуемая литература, контрольная работа.

Составители:

Смышляев С.П. докт. физ.-мат. наук, профессор кафедры метеорологических прогнозов РГГМУ.

Ответственный редактор: Дробжева Я.В, д-р физ.-мат. наук, и.о. заведующего кафедрой метеорологических прогнозов РГГМУ.

© Смышляев С.П., 2016

© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2016

Предисловие

Цель дисциплины «Ассимиляция гидрометеорологических данных» - подготовка бакалавров по направлению 05.03.05 – Прикладная гидрометеорология, обучающихся по профилю подготовки – Прикладная гидрометеорология, владеющих знаниями в объёме, необходимом для глубокого понимания принципов совместного использования результатов измерений и моделирования, способных грамотно использовать как результаты моделирования, так и наблюдения.

Основная задача дисциплины «Ассимиляция гидрометеорологических данных» связана с освоением:

- математических основ методов пространственной интерполяции гидрометеорологических данных,
- статистической структуры гидрометеорологических полей,
- численных методов объективного сравнения результатов измерений и моделирования,
- методов инициализации гидродинамических моделей атмосферы.

Дисциплина по выбору изучается студентами, обучающимися по программе подготовки бакалавра на метеорологическом факультете.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

| <i>Код компетенции</i> | <i>Компетенция</i> |
|------------------------|--|
| ОК-2 | Способностью решать стандартные профессиональные задачи на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом требований информационной безопасности. |
| ОК-3 | Способностью к эффективной коммуникации в устной и письменной формах, в том числе на иностранном языке. |
| ОК-5 | Способностью к самообразованию, саморазвитию и самоконтролю, приобретению новых знаний, повышению своей квалификации. |
| ОПК-1 | Способностью представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов есте- |

| | |
|--------------|--|
| | ственных наук, физики и математики. |
| ОПК-3 | Способностью анализировать и интерпретировать данные натурных и лабораторных наблюдений, теоретических расчетов и моделирования |
| ОПК-5 | Готовностью к освоению новой техники, новых методов и новых технологий. |
| ПК-3 | Способностью прогнозировать основные параметры атмосферы, океана и вод суши на основе проведенного анализа имеющейся информации. |
| ПК-5 | Способностью реализации решения гидрометеорологических задач и анализа полученных результатов |

В результате освоения компетенций в рамках дисциплины «Ассимиляция гидрометеорологических данных» обучающийся должен:

Знать:

- основные законы физики и математики;
- методы математического описания фундаментальных законов;
- методы численного решения уравнений в частных производных;
- методы параметризации процессов подсеточного масштаба;
- методы решения систем алгебраических уравнений;

Уметь:

- разрабатывать алгоритмы усвоения данных гидродинамическими моделями атмосферы;
- выбирать оптимальные схемы ассимиляции гидрометеорологических данных;
- разрабатывать методологию модельных численных экспериментов; анализировать результаты модельных экспериментов

Иметь представление о перспективных направлениях развития методов модельной ассимиляции гидрометеорологических данных, повышающих качество моделирования атмосферных процессов.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

По дисциплине «Ассимиляция гидрометеорологических данных» на пятом курсе факультета заочного обучения предусматривается изучение следующих разделов: «Постановка задачи ассимиляции (усвоения) гидрометеорологических данных». «Интерполяция нерегулярных измерений на регулярную сетку». «Простейшие методы использования результатов измерений атмо-

сферными гидродинамическими моделями». «Оптимальная интерполяция». «Вариационные методы ассимиляции гидрометеорологических данных». «Использование фильтра Калмана для ассимиляции гидродинамических данных атмосферными гидродинамическими моделями».

Студент должен выполнить одну контрольную работу. Дисциплина завершается экзаменом.

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

1. *Инатова В.М., Шутяев В.П.* Алгоритмы и задачи ассимиляции данных для моделей динамики атмосферы и океана – Научно-образовательный курс, МФТИ, 2013. – 30 с.
<https://mipt.ru/education/chair/mathematics/upload/99f/algsaasimilation.pdf>.
2. Park S.K., Xu L. Data assimilation for atmospheric, oceanic and hydrologic applications // Springer-Verlag, 2013. – 730 pp.
3. Data Assimilation Lecture Notes. ECMWF 2014 Training Courses.
<https://software.ecmwf.int/wiki/display/OPTR/Data+Assimilation+2014>.
4. Kalnay E. Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability. Cambridge University Press, 2003 – 341 p.
<http://www.atmosfera.unam.mx/jzavala/TemSelModNum/Libros/AtmosphericKalnay.pdf>

Дополнительная литература:

1. Daley R. Atmospheric data analysis – Cambridge University Press, 1992.
2. Гандин Л.С., Каган Р.Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 360 с.
3. Evensen G. Data assimilation: The ensemble Kalman filter. Berlin: Springer, 2007.

Интернет-источники:

- <https://mipt.ru/education/chair/mathematics/upload/99f/algsaasimilation.pdf>
<https://software.ecmwf.int/wiki/display/OPTR/Data+Assimilation+2014>
<http://www.atmosfera.unam.mx/jzavala/TemSelModNum/Libros/AtmosphericKalnay.pdf>
<http://www.met.rdg.ac.uk/~ross/DARC/MileStones/DAhistory.html>
<http://method.meteorf.ru/publ/tr/tr348/shlyaeva.pdf>
<http://engjournal.ru/articles/1102/1102.pdf>
<http://sibnigmi.ru/documents/school/Klimova.pdf>
<http://sibnigmi.ru/documents/school/Tcyrulnikov.pdf>

УКАЗАНИЯ ПО РАЗДЕЛАМ

Постановка задачи ассимиляции (усвоения) гидрометеорологических данных

Введение в дисциплину позволяет получить общие представления о роли ассимиляции (усвоения) данных наблюдений атмосферными гидродинамическими моделями. Аналоги понятия **ассимиляции данных** метеорологических измерений – **подготовка начальных данных** для численной модели прогноза погоды или качества воздуха – **усвоение данных наблюдений**. Для успешного прогнозирования будущего состояния атмосферы необходимо выполнение **двух** условий: (а) Максимально точно охарактеризовать (проанализировать) текущее состояние атмосферы; (б) Должны быть известны основные законы эволюционного изменения состояния атмосферы. Таким образом, проблема прогноза будущего состояния атмосферы (погоды, состава воздуха и т.д.) может трактоваться как **детерминистская задача** с начальными условиями. Это подразумевает, что будущее состояние атмосферы полностью определяется его **текущим состоянием и известными законами эволюции атмосферы**.

Анализ текущего состояния атмосферы может быть **субъективным и объективным**. Субъективный анализ основывается на ручном составлении карт погоды путем нанесения на них результатов наблюдений в тех точках, где они произведены с последующим проведением изолиний. Использование субъективного анализа для прогностических целей предполагает экстраполяцию текущих и прошлых синоптических карт в будущее с целью создания прогностических карт на несколько дней вперед. Качество субъективного анализа зависит от квалификации синоптика. Объективный анализ предполагает использование унифицированных алгоритмов и не зависит от конкретного исследователя. Первая попытка объективного анализа была предпринята Ричардсоном в 1922 году. Анализ осуществлялся субъективно, а прогноз на основании решения базовых уравнений. Дальнейшие шаги развития объективного анализа были в направлении автоматизации процедуры интерполяции результатов наблюдений из нерегулярно расположенной сети наблюдений в регулярные узлы модельной сетки, использования предыдущих модельных вычислений как первого приближения для анализа, использования статистических характеристик.

Ассимиляция данных наблюдений является составной частью **прогностической системы** и представляет в ней **аналитическую (диагностическую)** часть. Цикл работы прогностической системы может быть разделен на четыре составляющих: (а) Контроль качества данных; (б) Объективный анализ; (в) Инициализация; (д) Прогноз на шаг модели вперед и подготовка сле-

дующего первого приближения. Ассимиляционный цикл включает объективный анализ, т.е. приведение результатов наблюдений к регулярной сетке с учетом предыдущих вычислений и ошибок наблюдений и моделирования, а также инициализацию, т.е. согласование результатов объективного анализа и отфильтровывания высокочастотных колебаний. Результаты ассимиляции (анализа) используются в качестве начальных данных для следующего прогностического шага модели, а результаты прогноза – как первое приближение для следующего анализа.

Вопросы для самоконтроля

- 1. В чем заключаются концепция и задачи модельной ассимиляции данных?*
- 2. Какие были первые шаги анализа метеорологических полей для инициализации гидродинамических моделей?*
- 3. Какую роль играет ассимиляция данных как часть прогностической системы?*

Интерполяция нерегулярных измерений на регулярную сетку

Простейшие методы использования результатов измерений в качестве начальных условий гидродинамической модели предполагают использование только данных текущих измерений без учета результатов предыдущего моделирования и статистических взаимосвязей. Интерполяция может быть на основе значений фиксированных в точках наблюдений, когда на их основе вычисляются значения между точками наблюдений, и полиномиальная, когда результаты интерполяции вычисляются во всех точках области по всем значениям на станциях, а значения интерполяции в точках наблюдений могут отличаться от результатов измерений в этих точках.

При интерполяции на основе значений заданных в точках измерений результаты интерполяции в этих точках всегда совпадают с заданными измерениями, а между ними вычисляются по формуле:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n a_{ki} (x - x_i)^k, \quad x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

Здесь N - число станций измерений, значения метеорологических параметров в которых определены: $f(x_1) = y_1, \dots, f(x_N) = y_N$. Для каждого узла модельной сетки, куда нужно осуществить интерполяцию, находятся бли-

жайшие станции, между которыми находится узел: $x_i \leq x \leq x_{i+1}$, а потом для этого интервала находятся свои коэффициенты a_{ik} из определения значений в узлах (два коэффициента) и из условия непрерывности производных, т.е. их равенства в узлах. Если $n = 1$ (два слагаемых в сумме), то это будет линейная интерполяция, если $n = 2$ (три слагаемых в сумме), то получается квадратичная интерполяция, если $n = 3$ (четыре слагаемых в сумме), то получается кубическая интерполяция (интерполяция сплайнами). При увеличении порядка интерполяции увеличивается и число станций, значения в которых используются для вычисления результата интерполяции в узле модельной сетки: для линейной интерполяции используются только две ближайшие станции x_i и x_{i+1} , для квадратичной – еще и соседние станции, для интерполяции сплайнами – по две соседних станции.

В полиномиальной интерполяции для каждого узла сетки определяется **зона влияния** и радиус влияния (предполагая зону кругом). Для каждого узла вводится своя координатная система (x, y) с нулевыми значениями в узле. Для двумерного варианта предполагаем, что изменение метеовеличины, значение которой нам надо определить в узле сетки, внутри зоны влияния описывается двумерным полиномиальным разложением:

$$f_A(x, y) = \sum_m \sum_n c_{mn} x^m y^n, (m + n \leq M), (m, n \geq 0)$$

где коэффициенты c_{mn} неизвестны. Искомое значение $f_A(0, 0) = c_{00}$.

Измеренные значения искомой метеовеличины в точках станций обозначим $f_0(x_k, y_k)$, где $k=1, 2, \dots, N$. А N – число станций внутри зоны влияния.

Для поиска коэффициентов разложения используется метод наименьших квадратов, для которого необходимо минимизировать сумму квадратов отклонений измерений и полиномиального разложения в точках наблюдений:

$$I = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[\sum_m \sum_n c_{mn} x_k^m y_k^n - f_0(x_k, y_k) \right]^2$$

Условием минимизации этого выражения является равенство нулю производных по каждому искомому коэффициенту:

$$\frac{a}{\hat{\alpha}_{mn}} = \sum x_k^m y_k^n \left[\sum c_{\mu\eta} x_k^\mu y_k^\eta - f_0(x_k, y_k) \right] = 0$$

или

$$\sum_{\mu} \sum_{\eta} c_{\mu\eta} \sum_{k=1}^N x_k^{m+\mu} y_k^{n+\eta} = \sum_{k=1}^N x_k^m y_k^n f_0(x_k, y_k)$$

Решение этой системы позволяет получить коэффициент c_{00} , который и будет результатом интерполяции метеовеличины в данном узле модельной сетки. Процедура повторяется для каждого узла.

Вопросы для самоконтроля

1. Как осуществляется интерполяция функции заданной на станциях?
2. Как меняется количество учитываемых станций при увеличении порядка интерполяции?
3. В чем идея локальной полиномиальной аппроксимации?
4. Чем определяется количество членов в полиноме?
5. Какой принцип используется для минимизации суммы квадратов отклонений измерений и полиномиального разложения в точках наблюдений?

Простейшие методы использования результатов измерений атмосферными гидродинамическими моделями

Развитие методов простейшей интерполяции для модельной ассимиляции данных измерений заключалось в использовании результатов моделирования и статистической информации. Сочетание результатов измерений и моделирования заключается или в модификации модельных уравнений, или в использовании результатов моделирования в качестве первого приближения для анализа.

Для модификации модельных уравнений используется метод **динамической релаксации (NUDGING)**. **Nudge** – легкое подталкивание. Идея сближения результатов моделирования и измерений реализуется динамически, т.е. вносятся изменения в модельные уравнения с тем, чтобы ввести тенденцию результатов расчетов к измерениям.

$$\frac{dN}{dt} = f(x, y, z, t) + \alpha(N_0 - N)$$

Здесь N - метеорологическая величина, N_0 - результат ее измерения, α - коэффициент релаксации, определяющий стремление результата моделирования к результату измерений.

Метод последовательных уточнений заключается в использовании предварительной информации как **первого приближения** для начальных условий и последовательное ее уточнение на основе анализа данных измерений. В качестве первого приближения можно использовать: (а) климатологические значения; (б) прогноза с предыдущего модельного шага; (в) комбинацию (а) и (б).

$$f_A(\vec{r}_i) = f_B(\vec{r}_i) + \frac{\sum_{k=1}^N w(r_k - r_i) / E_O^2(k) [f_O(\vec{r}_k) - f_B(\vec{r}_k)]}{E_B^{-2} + \sum_{k=1}^N w(r_k - r_i) / E_O^2(k)}$$

Здесь $f_B(\vec{r}_i)$ - первое приближение метеорологической величины, $f_O(\vec{r}_k)$ - первое приближение метеорологической величины, представляющее собой, как правило, результат моделирования с предыдущего временного шага модели, $w(r_k - r_i)$ - функция, определяющая зависимость изменчивости метеорологической величины от расстояния от узла модельной сетки \vec{r}_i до станции (аналог коэффициента корреляции), где производились измерения, N - количество станций, измерения на которых учитываются при ассимиляции, E_O - ошибки измерений, E_B - ошибки моделирования.

В качестве функции влияния расстояния используются эмпирические приближения, полученные на основе анализа результатов измерений:

$$w(r) = \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2}$$

Где R - радиус зоны влияния, а r - расстояние от узла модельной сетки до станции измерений.

Другой вариант предполагает экспоненциальную зависимость от расстояния

$$w(r) = \exp\left(\frac{-r^2}{2R^2}\right)$$

с одинаковой основной идеей, что значение этой функции равно 1 при $r = 0$, быстро уменьшается по мере удаления от сеточного узла и обращается в нуль на границе зоны влияния и остается равной нулю за пределами зоны влияния.

Последовательные уточнения заключаются в итерационном уточнении результата анализа, при этом в качестве первого приближения каждый раз используется результат анализа с предыдущей итерации:

$$f_A^{j+1}(r_i) = f_A^j(r_i) + \sum_{k=1}^N W_{ik} [f_O(r_k) - f_A^j(r_k)]$$

Здесь j - номер итерации, W_{ik} - вес измерения в точке r_k для анализа в точке r_i , включающий зависимость и от расстояния и от ошибок моделирования и измерений.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем идея динамической релаксации?
2. Чем отличается метод последовательных уточнений от простейшей интерполяции данных измерений?
3. Чем определяется вклад измерения на станции в результат анализа?
4. Как учитывается зависимость результат анализа от расстояния до станции?
5. В чем заключается последовательное уточнение результатов анализа?

Оптимальная интерполяция

Оптимальная интерполяция основывается на аналогичной формуле, как в методе последовательных уточнений, основывающемся на уточнении первого приближения, полученного по результатам моделирования на предыдущем временном шаге, с учетом результатов измерений, их ошибок и ошибок моделирования

$$f_A(\bar{r}_i) = f_B(\bar{r}_i) + \sum_{k=1}^N W_{ik} [f_O(\bar{r}_k) - f_B(\bar{r}_k)]$$

Разница с методом последовательных уточнений заключается в методике поиска весов измерений W_{ik} . В оптимальной интерполяции эти веса определя-

ются из условия минимизации среднеквадратической ошибки анализа $[f_A(\bar{r}_i) - f_B(\bar{r}_i)]^2$. Для этого используется метод наименьших квадратов, применение которого приводит к необходимости решать систему уравнений для весов с использованием ковариационных или корреляционных соотношений, определяющих статистическую связь между ошибками измерений и ошибками моделирования на разных станциях и в узлах модельной сетки:

$$\sum_{l=1}^N W_{il} [\rho_B(r_l - r_k) + \varepsilon_O^2 \rho_O(r_l - r_k)] = \rho_B(r_i - r_k), k = 1, 2, \dots, N$$

Здесь $\rho_B(r_l - r_k)$ коэффициент корреляции результатов моделирования для точек станций измерений r_l и r_k , $\rho_O(r_l - r_k)$ коэффициент корреляции результатов измерений для точек станций измерений r_l и r_k , $\rho_B(r_i - r_k)$ коэффициент корреляции результатов моделирования между узлом модельной сетки r_i и станцией измерений r_k . Развитие подхода по сравнению с методом последовательных уточнений заключается в учете взаимосвязи между точками станций, где производятся измерения: чем больше связь (коэффициент корреляции) между измерениями на двух станциях, тем меньше их отдельный вклад в результат анализа, т.к. измерения на этих станциях не являются полностью независимыми.

Если анализируются несколько метеорологических величин, что всегда бывает при гидродинамическом моделировании, необходимо учитывать не только взаимосвязи каждой величины в разных точках, но и связи между разными метеорологическими величинами, при этом алгоритм поиска весов остается прежним, но увеличивается количество слагаемых в сумме: $N \cdot M$, где N - количество станций, а M - количество метеорологических переменных.

Результат моделирования в точке измерений (на станции) $f_B(r_k)$, который сравнивается с измерением на этой станции $f_O(r_k)$ получается в результате интерполяции из узлов модельной сетки $f_B(r_i)$, где рассчитываются результаты моделирования, в точку, где находится станция. Если использовать алгоритм линейной интерполяции $f_B(r_k) = \sum_{i=1}^L \Omega_{ki} f_B(r_i)$, то возникает еще и ошибка интерполяции, которые необходимо учитывать при определении весов измерений.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем идея оптимальной интерполяции гидрометеорологических данных?
2. Почему возникло название «оптимальная интерполяция»?
3. В чем схожесть и отличие оптимальной интерполяции и метода последовательных уточнений?
4. В чем отличие размерной и безразмерной оптимальной интерполяции?
5. Какие упрощения часто используются для оптимизации использования оптимальной интерполяции при ассимиляции гидрометеорологических данных?

Вариационные методы ассимиляции гидрометеорологических данных

Проблема ассимиляции (усвоения) данных наблюдений гидродинамической моделью по постановке задачи сходна с задачей оптимального управления, целью которой является выбор наиболее выгодных (оптимальных) режимов управления сложными объектами, т.е. поиск оптимального метода достижения некоторой цели с наилучшим заранее выбранным критерием оптимальности (наименьшим временем достижения результата, наименьшей потраченной энергией, наименьшей стоимостью и т.д.). Для задачи ассимиляции данных измерений гидродинамической моделью таким критерием является минимизация отклонения результата анализа как от результатов наблюдений, так и от результатов моделирования (первого приближения) с учетом погрешностей измерений и моделирования. Для контроля выполнимости данного критерия используется **функционал качества**, который необходимо минимизировать, чтобы расхождение с измерениями и моделированием было минимальным:

$$J(\underline{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{(x_B^i - x^i)(x_B^j - x^j)}{B_{ij}} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^P \frac{(y^m - \sum_{i=1}^N H_{mi} x^i)(y^n - \sum_{j=1}^N H_{nj} x^j)}{E_{mn}}$$

В этом функционале производится суммирование по всем узлам модельной сетки (от 1 до N) и по всем станциям (от 1 до P). Моделируемые метеорологические величины обозначены как x_B . Верхний индекс обозначает номер узла модельной сетки. Измеряемая метеорологическая величина обо-

значена как y , а верхний индекс означает номер станции, где произведено измерение. Коэффициенты интерполяции из узлов модельной сетки в точку станции, включающие и перевод из размерности x в размерность y , если они не совпадают, обозначен как H . Нижние индексы обозначают номер станции (первый индекс) и номер узла модельной сетки (второй индекс). Стоящие в знаменателе коэффициенты B и E обозначают коэффициенты ковариации (корреляции) между ошибками моделирования и измерениями, соответственно. Нижние индексы соответствуют номерам узлов модельной сетки и станций измерений. При совпадении индексов эти коэффициенты определяют дисперсию (погрешность) моделирования и измерений, а для отличающихся индексов эти коэффициенты определяют степень связанности ошибок моделирования и измерений в разных узлах модельной сетки и станциях измерений.

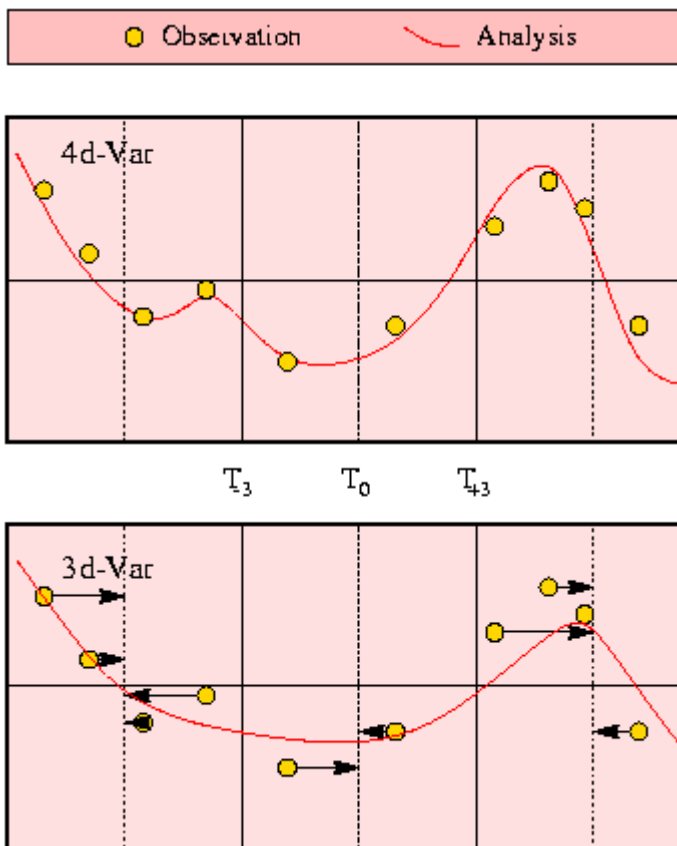
Подстановка в эту формулу любого набора значений метеорологической величины во всех узлах модельной сетки (x без нижнего индекса от 1 до N по верхнему индексу) при заранее определенных значениях x_B и B во всех узлах по результатам предыдущего временного шага модели и y и E по результатам измерений на всех станциях позволяет вычислить значение функционала J (число). При **варьировании** значений x без индекса численное значение J будет меняться, становясь больше или меньше предыдущего расчета. Задача поиска **оптимального** набора x заключается в том, что путем **варьирования** найти такой набор значений x в узлах модельной сетки, при котором значение J будет минимальным. В этом случае x будет результатом анализа (ассимиляции), что обозначается нижним индексом x_A , и будет соответствовать минимальному расхождению результата анализа как с результатами предыдущего моделирования (первым приближением), так и с результатами измерений с учетом их погрешностей.

Для нахождения минимального значения квадратичных функционалов такого типа как J можно использовать методы классического вариационного анализа, основывающиеся на вычислении градиента функционала, который, аналогично производной, показывает направление увеличения и уменьшения значений J . Меняя значения x в сторону отрицательного градиента от исходного первого приближения, когда $x = x_B$, можно достичь точки, когда J начнет увеличиваться, и в этой точке опять оценить градиент и опять менять x в сторону отрицательного градиента. Таким образом можно достичь близких к минимальным значений функционала качества J , когда его значения будут уже мало меняться, а градиент будет близок к нулю.

Если градиент функционала приравнять нулю и сформулировать задачу нахождения удовлетворяющих этому условию значений x_A , то получится за-

дача полностью совпадающая с алгоритмом оптимальной интерполяции. Это означает, что по постановке задачи вариационный анализ эквивалентен оптимальной интерполяции, только результат достигается другим способом.

Для конкретной реализации вариационного алгоритма ассимиляции гидрометеорологических данных необходимо еще и определить временной интервал, измерения в течение которого будут использоваться для минимизации функционала качества. Для этого определяется окно ассимиляции и далее возможны два подхода: трехмерная вариационная ассимиляция (3D-VAR) и четырехмерная вариационная ассимиляция (4D-VAR).



В трехмерной ассимиляции все измерения, полученные в течение окна ассимиляции (на рисунке 6 часов – от -3 до 3 часов относительно текущего времени) приводятся к текущему моменту времени и для него находится результата анализа, соответствующий минимальным расхождениям в текущий

момент времени. В четырехмерной вариационной ассимиляции отклонения результатов анализа и измерений минимизируются для того времени, когда произошло измерение. Для этого задается модель изменчивости x в окне ассимиляции на основе используемой гидродинамической модели.

Вопросы для самоконтроля

- 1. Для какой цели используется функционал качества?*
- 2. Почему данные методы называются вариационными?*
- 3. В чем схожесть и отличие оптимальной интерполяции и вариационных методов?*
- 4. Каким образом можно минимизировать функционал качества?*
- 5. В чем разница между трехмерной и четырехмерной вариационной ассимиляцией?*

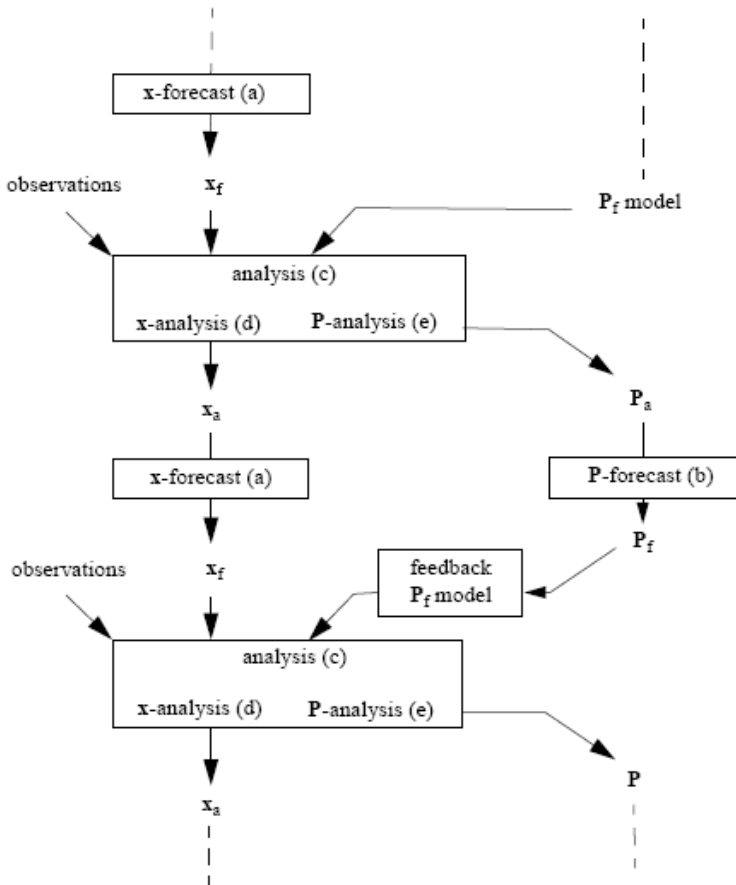
Использование фильтра Калмана для ассимиляции гидродинамических данных атмосферными гидродинамическими моделями

Для качественной подготовки начальных данных для гидродинамической модели путем ассимиляции (усвоения) данных наблюдений критическим моментом является определение коэффициентов ковариации (корреляции) ошибок моделирования и измерений. Эти коэффициенты основываются на оценках ошибок измерений и моделирования и их взаимосвязи для разных модельных узлов и станций наблюдения. В современных методах ассимиляции, таких как оптимальная интерполяция и вариационные методы, значение коэффициентов ковариации (корреляции) необходимо иметь до начала процесса ассимиляции. Для этого используются методы, основанные на сравнении результатов измерений и моделирования и предвычисления коэффициентов ковариации (корреляции). При этом текущие результаты моделирования и измерений зачастую для оценки коэффициентов ковариации (корреляции) не учитываются.

Между тем в теории оптимального управления в последнее время широкое развитие получила методология использования, так называемого, фильтра Калмана, который позволяет оценивать изменчивость коэффициентов ковариации (корреляции) ошибок моделирования с учетом последних результатов ассимиляции. Фильтр Калмана аналогичен оптимальной интерполяции в части методики оценки оптимальных весов измерений, однако является при этом самонастраивающейся системой, позволяющей оценивать изменчивость коэффициентов ковариации (корреляции) результатов моделирования, используемых в алгоритме оптимальной интерполяции.

Алгоритм фильтра Калмана состоит из двух частей: аналитической и

прогностической. В аналитической части, аналогично методу оптимальной интерполяции, находятся веса измерений, которые используются для определения результата анализа, а также, в дополнение к оптимальной интерполяции оцениваются и ошибки (дисперсии) анализа и их связь между собой (коэффициенты ковариации или корреляции) для разных узлов модельной сетки.



После этого в прогностической части гидродинамическая модель используется, во-первых, для прогноза изменчивости вычисляемых метеорологических переменных, результат которого на следующем временном шаге будет использоваться в качестве первого приближения для анализа, и, во-вторых, для прогноза изменчивости коэффициентов ковариации (корреляции), определяющих, с одной стороны, дисперсию результатов моделирования, а, с другой

стороны, взаимосвязь ошибок моделирования в разных узлах модельной сетки, на основе полученных в аналитической части дисперсий и ковариаций результатов анализа.

Из-за сложности процедуры использования фильтра Калмана в многомерных, нелинейных системах используются его упрощения. Одним из наиболее популярных обобщений фильтра Калмана, в последнее время, стал, так называемый, ансамблевый фильтр Калмана, в котором используется ансамбль K анализов метеорологических переменных во всех узлах модельной сетки

$$x_n^{A(i)}, i = 1, 2, \dots, K,$$

по которым на каждом временном шаге с номером n , с помощью оператора моделирования M_n рассчитывается ансамбль первых приближений для следующего шага по времени $n + 1$ в каждом узле модельной сетки:

$$x_{n+1}^{F(i)} = M_n x_n^{A(i)}, i = 1, 2, \dots, K$$

Используя полученный ансамбль первых приближений можно оценить среднее значение метеорологической величины в каждом узле модельной сетки

$$\bar{x}_{n+1}^F = \frac{\sum_{i=1}^K x_{n+1}^{F(i)}}{K}$$

А затем можно оценить дисперсии и ковариации между разными узлами r_l, r_m :

$$P_{n+1}^F(r_l, r_m) = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K [x_{n+1}^{F(i)}(r_l) - \bar{x}_{n+1}^F(r_l)] [x_{n+1}^{F(i)}(r_m) - \bar{x}_{n+1}^F(r_m)]$$

При совпадении r_l и r_m получается оценка дисперсии (погрешности) модельного прогноза, а при разных r_l и r_m получается оценка ковариаций (взаимосвязей) между прогнозом метеорологической величины в разных точках.

Для построения ансамбля анализов используется ковариационная матрица ошибок анализа

$$P_n^A = (I - K_n H_n) P_n^F$$

Для упрощения процедуры часто используется локализация, когда рассматриваются ковариации только между компонентами вектора состояния, расположенными на ограниченном расстоянии от узла анализа.

Кроме того, часто помимо ансамбля анализа используются также и возмущенные наблюдения, когда формируются K наборов наблюдений, сгенерированных согласно матрице ошибок наблюдений R .

Вопросы для самоконтроля

- 1. В чем отличие подхода использования фильтра Калмана от других методов ассимиляции гидрометеорологических данных?*
- 2. Как формулируется алгоритм фильтра Калмана?*
- 3. Есть что-то общее в фильтре Калмана и оптимальной интерполяции?*
- 4. Какова последовательность применения фильтра Калмана для ассимиляции гидрометеорологических данных?*
- 5. В чем идея ансамблевого фильтра Калмана?*

Заключение

Для систематизации полученных знания необходимо повторить пройденный материал, используя информацию, приведенную в настоящих методических указаниях и рекомендуемых литературных источников, обращая особое внимание на понимание места ассимиляции метеорологических данных в прогностической системе, перспективных методах развития методики ассимиляции (усвоения) метеорологических данных гидродинамическими моделями атмосферы и возможностях современной вычислительной техники применительно к проблемам численного моделирования атмосферных процессов.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Общие указания

Перед выполнением контрольной работы следует изучить настоящие методические указания и рекомендованные литературные источники. После самостоятельного изучения необходимо выполнить контрольную работу. В контрольной работе представлено 5 тем заданий. По каждому заданию студент должен самостоятельно выбрать исходные численные значения метеорологических величин, сформулировать постановку задачи, обосновать выбор алго-

ритма и привести выполненный численный расчет с использованием одного алгоритма по каждой теме. В качестве анализируемых метеорологических переменных можно использовать температуру, скорости ветра, влажность воздуха, концентрации атмосферных газов и другие переменные, используемые студентами в своей практической и (или) исследовательской работе. Студент должен продемонстрировать способность решать проблемы с разными исходными данными, обосновывая выбор методики и объясняя полученные результаты.

Тема 1: Интерполяция нерегулярных измерений на регулярную сетку

Задание. Осуществить интерполяцию значений температуры на 4 станциях на три узла модельной сетки:

- Методом линейной интерполяции
- Методом квадратичной интерполяции
- Методом сплайнов
- Методом полиномиальной интерполяции

Тема 2: Использование метода последовательных уточнений для модельной ассимиляции результатов измерений.

Задание. Составить алгоритм последовательного уточнения первого приближения, используя

1. квадратичную модель пространственной корреляции
2. экспоненциальную модель пространственной корреляции

Тема 3: Оптимальная интерполяция для нескольких частных случаев.

Задание. Построить алгоритмы вычисления результатов анализа для случаев:

1. Одно измерения в модельном узле
2. Двух близкорасположенных станций
3. Двух станций, расположенных противоположно узлу на равном расстоянии
4. Сети скученных станций

Тема 4: Метод наискорейшего спуска в трехмерной вариационной ассимиляции.

Задание. Построить модель минимизации функционала качества для двух функций и построить геометрическую интерпретацию на плоскости.

Тема 5: Простой пример фильтра Калмана.

Задание. Построить алгоритм последовательного уточнения анализа измерений температуры в одной точке для случая

1. безошибочной модели
2. модели с фиксированной ошибкой

СОДЕРЖАНИЕ

| | стр |
|---|-----|
| Предисловие | 3 |
| Общие указания | 4 |
| Литература | 5 |
| Указания по разделам | 6 |
| Постановка задачи ассимиляции (усвоения) гидрометеорологических данных | 6 |
| Интерполяция нерегулярных измерений на регулярную сетку | 7 |
| Простейшие методы использования результатов измерений атмосферными гидродинамическими моделями | 9 |
| Оптимальная интерполяция | 11 |
| Вариационные методы ассимиляции гидрометеорологических данных | 13 |
| Использование фильтра Калмана для ассимиляции гидродинамических данных атмосферными гидродинамическими моделями | 16 |
| Заключение | 19 |
| Контрольная работа | 19 |
| Содержание | 21 |

Учебное издание

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по дисциплине

**" АССИМИЛЯЦИЯ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ДАН-
НЫХ "**

Составитель: Смышляев Сергей Павлович

ЛР № 203209 от 30.12.96.

| | | | |
|------------------------------|------------------------------|-----------------|------------------|
| Подписано в печать 26.12.16. | Формат $60 \times 90^{1/16}$ | Бумага кн.-жур. | Печать офсетная. |
| Печ. л. 2.0. | Уч.-изд. л. 25 | Тираж 200. | Зак. 7. |

195196, СПб, Малоохтинский пр. 98. РГГМУ.
Отпечатано изд. РГГМУ