

Министерство образования Российской Федерации  
Федеральное агентство по образованию

---

Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

**Факультет заочного обучения**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
по дисциплине  
**“СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ И  
АНАЛИЗА ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ  
ИНФОРМАЦИИ”**

Специальность – Океанология

Курс IV

*(Подлежит возврату  
на факультет заочного обучения)*



Санкт-Петербург  
2006

Одобрено Ученым советом океанологического факультета

УДК 551.46(07)

Методические указания по дисциплине "Статистические методы обработки и анализа гидрометеорологической информации". – СПб.: Изд. РГГМУ, 2006. – 36 с.

Методические указания составлены в соответствии с программой дисциплины "Статистические методы обработки и анализа гидрометеорологической информации". Даются рекомендации по изучению дисциплины. Приводятся вопросы для самопроверки, рекомендуемая литература, контрольные работы.

Составители: В.Н. Малинин, проф., РГГМУ,  
С.М. Гордеева, РГГМУ.

Ответственный редактор: Л.Н. Карлин, проф., РГГМУ

© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2006.

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Учебный курс “Статистические методы обработки и анализа гидрометеорологической информации” является базовым и позволяет студентам освоить теоретические и методические основы современных и перспективных методов обработки и анализа гидрометеорологической информации.

Основными задачами курса являются дать студентам знания теоретических основ методов математической статистики в объеме, необходимом для их практического использования при обработке информации, а также научить студентов самостоятельно выполнять расчеты, анализировать полученные результаты и интерпретировать их с точки зрения изменчивости гидрометеорологических процессов и явлений.

Для успешного освоения предмета необходимы знания, полученные при изучении дисциплин «Высшая математика» и «Теория вероятностей» на предыдущих курсах обучения.

В результате студент должен овладеть знаниями и навыками, которые обеспечивают возможность изучения ряда дисциплин, среди которых – «Морские прогнозы», «Многомерный статистический анализ» и др.

## **ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ**

По дисциплине "Статистические методы обработки и анализа гидрометеорологической информации" на четвертом курсе предусматривается изучение разделов "Первичная обработка гидрометеорологической информации", "Построение и анализ эмпирических зависимостей", "Анализ временных рядов", "Анализ пространственных полей". Теоретическая часть курса изучается самостоятельно в соответствии с программой по литературе, рекомендованной в программе и настоящих методических указаниях.

Практическую часть курса студенты осваивают самостоятельно, в процессе выполнения контрольных работ и на лабораторных занятиях в период

экзаменационной сессии под руководством преподавателей.

В соответствии с настоящими методическими указаниями выполняются две контрольные работы. Каждая работа должна включать результаты расчетов, графики, пояснительную записку с анализом полученных результатов и ответы на контрольные вопросы.

Изучение курса заканчивается экзаменом. К экзамену студенты допускаются только после выполнения контрольных работ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Вайновский П.А., Малинин В.Н.* Методы обработки и анализа океанологической информации. Ч. I. Одномерный анализ. – Л.: Изд. ЛГМИ, 1991. – 136 с.

2. *Вайновский П.А., Малинин В.Н.* Методы обработки и анализа океанологической информации. Ч. II. Многомерный анализ. – СПб.: Изд. РГГМИ, 1992. – 96 с.

3. *Казакевич Д.И.* Основы теории случайных процессов в гидрометеорологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 230 с.

4. *Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.* Статистический анализ данных на компьютере. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 528 с.

5. *Шелутко В.А.* Численные методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – 238 с.

6. Теория статистики/ Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 558 с.

7. *Каган Р.Л.* Осреднение пространственных полей. – Л.: Гидрометеиздат, 1975.

8. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов/ 13-е изд., исправленное. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

9. *Макарова Н.В., Трофимец В.Я.* Статистика в Excel: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 386 с.

## УКАЗАНИЯ ПО РАЗДЕЛАМ

### Введение

Введение в дисциплину позволит получить общие сведения о современных методах и средствах получения гидрометеорологической информации. Кроме того, оно позволит ознакомиться с общей характеристикой методов статистического анализа, современных персональных компьютеров и прикладных пакетов статистических программ. Вам необходимо уяснить роль и место океанологических наблюдений в системе исследований Мирового океана.

на. Выясните основные задачи, решаемые этой дисциплиной и связь ее с другими науками. Также обратите внимание на роль России в экспериментальном исследовании Мирового океана и на значение океанологической информации для обеспечения запросов различных отраслей народного хозяйства.

### *Литература*

[1] – Введение, [4] – гл.1

### *Вопросы для самопроверки*

1. Для решения каких практических задач может быть использована океанологическая информация?
2. Каковы основные средства получения океанологической информации в настоящее время?
3. Каковы пути международного сотрудничества в области получения океанологической информации?
4. В чем разница между теорией вероятностей и математической статистикой?

## **Первичная обработка гидрометеорологической информации**

### **Первичные статистики случайной величины**

В данном разделе необходимо изучить основные статистические моменты (математическое ожидание, дисперсию, асимметрию, эксцесс): определения, способы расчета, назначение. При рассмотрении характеристик распределения обратить внимание на требования, предъявляемые к их статистическим оценкам.

Изучить нормальный закон распределения: знать функцию, свойства и значение нормального закона, вытекающее из центральной предельной теоремы. Ознакомиться с другими законами распределения, используемыми в гидрометеорологии.

Выяснить принципы построения эмпирической функции распределения, научиться выполнять ее расчет по данным наблюдений, определять связанные с ней статистические моменты, оценки мод и медианы, а также проверять ее соответствие нормальному закону.

### *Литература*

[1] – гл.2,3; [5] – гл.3, стр.31-42; гл.4, стр.66-72.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Объясните физический смысл математического ожидания, дисперсии, асимметрии, эксцесса, моды и медианы.
2. Назовите свойства нормального закона распределения.
3. Каково значение нормального закона распределения?
4. Какие теоретические законы распределения используются при обработке океанологической информации?
5. Что такое устойчивость статистических оценок?
6. Для чего рассчитывается эмпирическая функция распределения, а также проверяется ее соответствие нормальному закону?

### **Статистическая проверка гипотез**

При рассмотрении данного раздела нужно уяснить, как и для чего производится статистическая проверка гипотез. Изучить понятия нулевой гипотезы, уровня значимости, доверительных интервалов и критериев проверки. Найти различия для параметрических и непараметрических критериев.

Обратить внимание на использование критериев для специальных процедур: 1) проверки расхождений между средними значениями и дисперсиями двух выборок; 2) оценки соответствия между эмпирической и теоретической функциями распределения; 3) проверки гипотезы о принадлежности двух выборок одной генеральной совокупности.

#### *Литература*

[4] – гл.4; [5] –гл.6.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Для решения каких задач используются понятия о нулевой гипотезе и уровне значимости?
2. Каким образом построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии?
3. Какие критерии чаще всего используются для проверки статистических гипотез?
4. Каковы различия параметрических и непараметрических критериев?
5. Как проверить расхождение между средними значениями двух выборок?

## **Анализ погрешностей измерений и расчетов**

При изучении данного раздела необходимо рассмотреть общую схему анализа погрешностей, а также способы выявления и устранения грубых погрешностей.

Обратить внимание на различие между систематическими, случайными и косвенными ошибками, знать методы их анализа и исключения.

### *Литература*

[1] – гл.7.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Какие ошибки называются систематическими и случайными? Как их можно отделить друг от друга?
2. Назовите методы исключения грубых погрешностей из данных наблюдений.

## **Построение и анализ эмпирических зависимостей**

### **Корреляционный анализ**

В данном разделе следует ознакомиться с различными видами связей между эмпирическими данными, выявить различия между параметрическими и непараметрическими показателями связей.

Особое внимание необходимо уделить коэффициенту корреляции: знать его смысл и свойства, способы расчета и оценки достоверности на основе проверки статистических гипотез. Кроме того, выяснить смысл ложной корреляции.

Дополнительно изучить метод наименьших квадратов: его принципы, достоинства и недостатки. На основании этого метода научиться строить линейную регрессионную модель двух переменных: знать формулировку модели, ее геометрический смысл, способы расчета коэффициентов модели и оценки их значимости, связь с коэффициентом корреляции, способ оценки адекватности модели на основе критерия Фишера.

### *Литература*

[1] – гл.5; [4] – гл.8; [5] – гл.7, стр. 138-155.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Объясните смысл коэффициента корреляции и назовите его свойства.
2. Как оценить значимость коэффициента корреляции?
3. Что такое ложная корреляция?
4. В чем заключается преобразование Фишера и в каких целях оно используется?
5. Объясните смысл коэффициентов уравнения линейной регрессии.
6. Как оценить адекватность регрессионной модели?

#### **Анализ нелинейных зависимостей**

В данном разделе необходимо изучить общую схему построения нелинейных зависимостей. Рассмотреть способы подбора эмпирической формулы одномерной и двухмерной зависимостей, в частности линейризацию.

Изучить параметр «корреляционное отношение», научиться оценивать его достоверность и значимость на основе статистических критериев.

Обратить внимание на модель одномерной полиномиальной регрессии и ее использование для аппроксимации гидрометеорологической информации.

### *Литература*

[1] – гл.6

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Что такое корреляционное отношение? Как этот параметр отличается от коэффициента корреляции?
2. Каким образом осуществляется подбор аналитических формул к эмпирическим зависимостям?
3. В каких случаях используются модели полиномиальных регрессий?

#### **Многофакторный анализ**

Необходимо уяснить многофакторность взаимосвязи гидрометеорологических процессов и явлений в природе, для описания которых используются модели множественной линейной регрессии. Нужно ознакомиться с математическим аппаратом построения уравнения множественной линейной регрессии,



коэффициентом множественной корреляции и его свойствами, способами оценивания параметров регрессии, требованиями к исходной информации, предъявляемыми при построении оптимальных форм регрессии.

#### *Литература*

[2] – гл.2; [5] – гл.7, стр. 156-176 с.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Объясните смысл коэффициента множественной корреляции. Чем он отличается от коэффициента парной корреляции?
2. Назовите требования, предъявляемые к исходной информации, при выполнении расчетов множественной регрессии и объясните их суть.
3. Для решения каких практических задач используется метод множественной регрессии?

### **Непараметрические методы анализа эмпирических зависимостей**

При изучении раздела важно выявить особенности применения непараметрических методов анализа зависимостей. Необходимо ознакомиться со следующими понятиями и параметрами: порядковые статистики, малая выборка, непараметрические коэффициенты связи двух переменных, коэффициенты ассоциации и контингенции, ранговые коэффициенты Кендалла и Спирмена.

#### *Литература*

[4] – гл.9; [6] – гл.8, стр. 256-260, гл.9, стр. 313-330.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. В каких случаях возникает необходимость прибегнуть к непараметрическим методам анализа эмпирических зависимостей?
2. Объясните, в чем состоит различие между малой и большой выборкой.
3. Какие расчетные параметры, свойственные этим методам, вы знаете?
4. В чем состоит различие между ранговыми коэффициентами Спирмена и Кендалла?

## Анализ временных рядов

### Основные положения теории случайных функций

При изучении данного раздела сначала требуется определить понятие случайной функции и изучить классификацию случайных функций. Кроме того следует рассмотреть классификацию гидрометеорологических процессов по временным масштабам.

Далее нужно уяснить, что такое стационарность случайных функций в узком и широком смыслах, а также эргодичность стационарных случайных функций. Необходимо знать методы проверки стационарности для временных рядов, как по математическому ожиданию, так и по дисперсии.

#### *Литература*

[1] – гл.8; [3] – гл.1, стр.19-47.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Дайте определение и приведите классификацию случайных функций.
2. Приведите классификацию гидрометеорологических процессов по временным масштабам.
3. Дайте определение стационарности.
4. Дайте определение эргодичности.
5. Как определить, стационарен ли временной ряд?
6. Нарисуйте на графиках примеры временных рядов, нестационарных по математическому ожиданию (по дисперсии).

### Стандартные методы анализа временных рядов

При изучении данного раздела необходимо рассмотреть общую схему исследования временной изменчивости.

Обратить внимание на способы выделения и анализа трендовой составляющей временного ряда, как характеристики нестационарности.

Для задач исследования внутренней структуры ряда изучить автокорреляционный анализ: способ расчета автокорреляционной функции (АКФ), ее свойства, понятие радиуса корреляции, характеризующего инерционность процесса, а также возможность оценки периодичности процесса. Кроме того, необходимо рассмотреть вид АКФ для различных типов гидрометеорологических процессов.

Для задач оценки эмпирической связи двух характеристик со сдвигом во времени изучить взаимокорреляционный анализ: способ расчета взаимокорреляционной функции (ВКФ), ее свойства, место коэффициента корреляции в ВКФ, определение временного сдвига в эмпирической связи двух характеристик.

Изучить методы исследования периодичности исследуемого процесса: гармонический анализ и периодограммный анализ.

### *Литература*

[1] – гл.9; [3] – гл.1; [4] – гл.12, 13.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Привести общую схему исследования временной изменчивости.
2. Привести на графиках примеры временных рядов с трендом по мат. ожиданию (по дисперсии).
3. Сформулировать уравнения линейного и нелинейного тренда.
4. Что такое радиус корреляции? Как он определяется и что показывает?
5. Привести примеры АКФ для «белого шума», «красного шума», гармонического процесса.
6. Как определить по ВКФ какой процесс протекает с опережением и каково это опережение?
7. Сформулируйте основной принцип гармонического анализа.

### **Спектральный анализ**

При изучении этого раздела обратить внимание на формулировку спектральной плотности, ее свойства, способы оценки ее значимости по статистическим критериям. Необходимо знать смысл спектральной плотности, а также ее вид для различных типов гидрометеорологических процессов («белый шум», «красный шум», гармонический процесс, наличие тренда и их сочетания, например, тренд плюс гармоника).

Далее нужно познакомиться с понятием частотной весовой функции.

Кроме того, получить понятие о взаимной спектральной плотности и когерентности.

Отдельно нужно рассмотреть задачи фильтрации временных рядов: типичные фильтры, применение фильтрации на разных этапах обработки временных рядов.

### *Литература*

[1] – гл.10; [3] – гл.3, 4; [5] – гл.8, стр. 198-209.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Сформулируйте понятие и свойства спектральной плотности.
2. Как по спектру определить в исходном временном ряду наличие значимых периодичностей? Как определить их период?
3. Приведите пример спектра для одного из типов гидрометеорологических процессов.
4. Для чего рассчитывается взаимная спектральная плотность?
5. Что такое когерентность?
6. Для чего и как применяется фильтрация временных рядов?

### **Анализ пространственных полей**

При изучении данного раздела необходимо уяснить основные понятия пространственного анализа: однородность, изотропность и эргодичность случайного поля.

Наиболее распространенной характеристикой полей является пространственная корреляционная функция, нужно знать как она рассчитывается и какой физический смысл имеет. Кроме того, некоторые задачи требуют пространственного осреднения пространственных полей (методы изолиний, квадратов, треугольников и полигонов).

Кроме этого, нужно обратить внимание на объективный анализ: его основные задачи и алгоритмы (методы взвешенного среднего и весовой анизотропной интерполяции, полиномиальной интерполяции, оптимальной интерполяции).

### *Литература*

[3] – гл.2, стр.66-73; [7]

### *Вопросы для самопроверки*

1. Дайте определение однородности, изотропности и эргодичности случайного поля.
2. Какой смысл имеет пространственная корреляционная функция?
3. Какими методами можно осреднять пространственные поля?
4. Назовите основные задачи объективного анализа.

## КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

### Общие указания

К выполнению контрольных работ следует приступить после тщательного изучения рекомендованных глав литературы. Для выполнения заданий полезны сведения о расчетных формулах по каждому из разделов дисциплины, а также большой объем справочных данных, которые можно найти в [8].

В результате самостоятельного изучения необходимо выполнить две контрольные работы. Первая контрольная работа состоит из 7 заданий, вторая – из трех.

Ответы на вопросы контрольной работы должны быть сформулированы достаточно подробно, чтобы был ясен смысл излагаемого материала, подтвержденный, где это возможно, математическими формулами.

Расчетные задания можно выполнять как с использованием стандартных статистических пакетов (STATISTICA, SPSS, Мезозавр, EXCEL и др.) с выводом результатов на печать, так и вручную, с помощью калькулятора.

Все вычисления должны быть представлены в таблицах и рисунках, примеры которых приводятся в соответствующих контрольных работах. Остальные результаты и их анализ даются в произвольном виде.

В Приложении 1 приводятся исходные данные о среднемесячной температуре поверхности в разных точках акватории Атлантического океана с 1957 по 1993 гг. Выбор из восемнадцати вариантов исходных данных производится на основании суммы двух последних номеров зачетной книжки. Например, последние цифры в зачетной книжке – ..38, следовательно, им соответствует вариант 11.

В каждый вариант исходных данных включены 3 временных ряда, для выполнения контрольных работ нужно исследовать или все три ряда, или один из них, что указано в каждом конкретном задании.

В Приложении 2 находятся необходимые таблицы теоретических распределений для проверки статистических гипотез. Кроме них можно воспользоваться подобными таблицами в [8].

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

### Одномерный статистический анализ температуры воды

#### Задание 1

Ответить на вопросы:

1. Нормальный закон распределения, его свойства и значение.
2. Коэффициент корреляции, коэффициент детерминации, корреляционное отношение: их связь и различие между ними.
3. Множественный коэффициент корреляции, его свойства.

#### Задание 2

Построить графики трех исходных рядов температуры воды нок 1). Визуальный анализ графиков позволяет качественно оценить изменчивость рядов, наличие периодических колебаний и тренда.

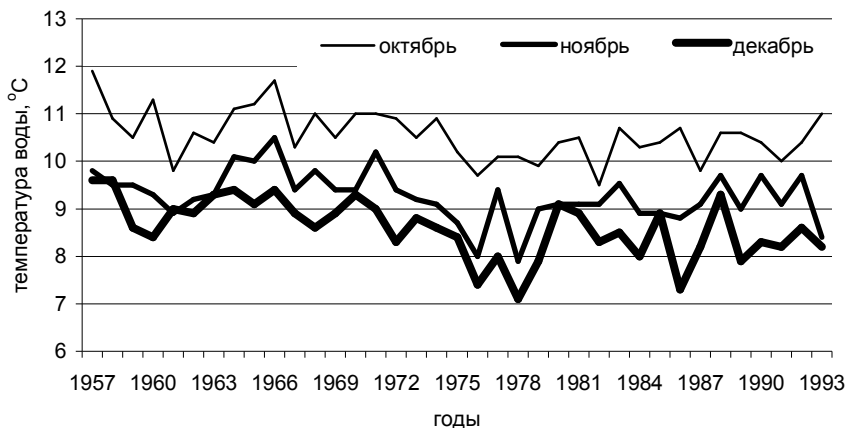


Рисунок 1 – Временная изменчивость температуры поверхности океана в октябре, ноябре и декабре в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.).

Рассчитать основные параметры трех статистических рядов:

а) среднее арифметическое, характеризующее центр тяжести числового ряда

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где  $n$  — длина ряда;

б) дисперсию

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

в) стандартное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D};$$

г) коэффициент вариации

$$c = \sigma / \bar{x}.$$

Параметры  $D$ ,  $\sigma$  и  $c$  характеризуют рассеивание ряда относительно центра тяжести числового ряда и отличаются друг от друга размерностью;

д) коэффициент асимметрии, показывающий степень асимметричности ряда относительно его центра

$$As = \frac{1}{n\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3;$$

е) коэффициент эксцесса, характеризующий крутость (островершинность и плосковершинность) эмпирической кривой распределения

$$Ex = \left[ \frac{1}{n\sigma^4} \sum (x_i - \bar{x})^4 \right] - 3;$$

ж) медиану—центральное значение ранжированного ряда, т. е. расположенного в порядке возрастания или убывания его членов. При четном числе членов ряда ( $N=2m$ ) за медиану можно условно принять среднее значение между центральными значениями ранжированного числового ряда, т. е.

$$Me = \frac{1}{2}(x_m + x_{m+1});$$

з) моду (или моды), представляющую наиболее вероятное (часто встречающееся) значение исходного ряда. Мода оценивается по эмпирической функции распределения (см. задание 3) как значение характеристики в центре интервала, для которого отмечается локальный максимум вероятности. Мода может быть одна, две или несколько. Соответственно, распределение называют одномодальным, двумодальным или многомодальным.

Пример расчетов приводится в таблице 1.

Таблица 1.

Основные статистические параметры температуры поверхности океана в октябре, ноябре, декабре (1957-1993 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

	октябрь	ноябрь	декабрь
среднее	10.56	9.27	8.60
дисперсия	0.28	0.29	0.39
стандартное отклонение	0.53	0.54	0.62
коэффициент асимметрии	0.32	-0.28	-0.47
коэффициент эксцесса	0.28	0.98	-0.09
моды	10.6	9.0	8.5; 9.4
медиана	10.5	9.3	8.6

Провести анализ полученных результатов: сравнить основные статистические параметры для трех месяцев, указать физический смысл полученных значений асимметрии, эксцесса, моды.

### Задание 3

Построить эмпирическую функцию распределения температуры воды для одного из рядов:

1. Произвести ранжирование ряда по возрастанию;
2. Разбить ранжированный ряд на  $k_{max}$  интервалов (классов).

Для оценки числа интервалов можно воспользоваться следующей приближенной формулой  $k_{max} \cong 5 \lg n$ ; размах интервала  $\Delta x_k$  определить как  $\Delta x_k = (x_{max} - x_{min}) / k_{max}$ .

3. Определить границы классов  $(C_1, C_2), (C_2, C_3), \dots, (C_{k_{max}}, C_{k_{max}+1})$ , где  $C_2 = C_1 + \Delta x_k$  и т.д. Причем для минимального ( $x_{min}$ ) и максимального ( $x_{max}$ ) членов выборки должно выполняться следующее условие  $x_{min} \geq c_1, x_{max} \leq c_{k_{max}+1}$ ;



4. Рассчитать середину интервала  $\bar{x}_k$ .

5. Оценить частоту (повторяемость)  $m_k$  как число членов выборки, попавших в каждый класс. Гистограмма распределения частоты представляет собой эмпирическую функцию распределения.

Пример вычислений приводится в таблице 2 и на рисунке 2.

Таблица 2.

Расчет эмпирической функции распределения и ее соответствия нормальному закону для температуры поверхности океана в октябре (1957-1993 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

Номер интервала	интервалы	$\bar{x}_k$	частота, $m_k$	$f(\bar{x}_k, \bar{x}, \sigma)$	$n_k'$	$n_k$	$\frac{(m_k - n_k)^2}{n_k}$
1	9.50-9.80	9.65	4	0.17	1.93	2	2.00
2	9.81-10.10	9.95	4	0.39	4.38	4	0.00
3	10.11-10.40	10.25	8	0.64	7.10	7	0.14
4	10.41-10.70	10.55	9	0.75	8.36	8	0.13
5	10.71-11.00	10.85	7	0.64	7.14	7	0.00
6	11.01-11.30	11.15	3	0.40	4.42	4	0.25
7	11.31-11.60	11.45	0	0.18	1.99	2	2.00
8	11.61-11.90	11.75	2	0.06	0.65	1	1.00
							$\chi^2 = 5.52$

#### Задание 4

Проверка гипотезы соответствия эмпирического распределения нормальному закону на основе критерия согласия Пирсона  $\chi^2$ .

1. Рассчитать плотность вероятности нормального закона распределения  $f(\bar{x}_k, \bar{x}, \sigma)$  для каждого интервала по формуле:

$$f(\bar{x}_k, \bar{x}, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\bar{x}_k - \bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

где  $\bar{x}_k$  – середина интервала,  $\bar{x}$  и  $\sigma$  – среднее значение и стандартное отклонение исходного ряда, соответственно.

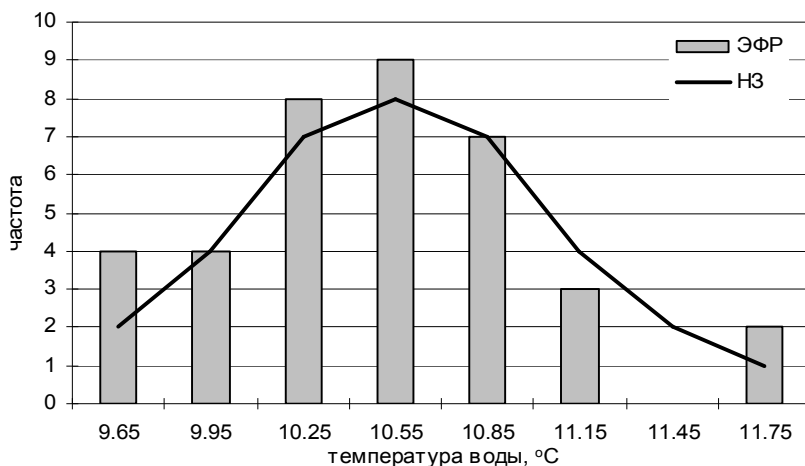


Рисунок 2 – Эмпирическая функция распределения (ЭФР) и кривая нормального закона распределения (НЗ) температуры поверхности океана в декабре (1957-1993 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

2. Для каждого интервала перевести значения плотности вероятности нормального закона в значения соответствующих частот нормального закона:

$$n_k' = f(\bar{x}_k, \bar{x}, \sigma) \cdot \Delta x_k \cdot N,$$

где  $\Delta x_k$  – размах интервала;  $N$  – длина исходного ряда.

3. Частоты нормального закона  $n_k'$  округлить до целых значений –  $n_k$ .

4. Рассчитать эмпирический критерий  $\chi^2$  по формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k_{max}} \frac{(m_k - n_k)^2}{n_k},$$

где  $m_k$  – частота эмпирической функции распределения в  $k$ -том интервале,  $k_{max}$  – количество интервалов,  $n_k$  – частота нормального закона.

4. Проверить условие  $\chi^2 \geq \chi_{табл}^2$  при числе степеней свободы  $\nu = k-3$  и уровне значимости  $\alpha$ . Если это условие выполняется, то гипотеза о соответ-

вии эмпирического и теоретического распределений отвергается; расхождение между ними носит неслучайный характер. Следовательно, на исследуемую характеристику влияют некоторые неслучайные факторы.

Примеры расчетов приведены в таблице 2 и на рисунке 2.

*Указание:* значения  $\alpha$  взять при двух уровнях значимости: 0.05; 0.10.

### Задание 5

1. Оценить взаимосвязь первого (обозначим через  $x$ ) и второго (обозначим через  $y$ ) рядов температуры воды путем расчета коэффициента корреляции между ними

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y}.$$

2. Определить значимость коэффициента корреляции  $r$ :

а) вычислить стандартную случайную погрешность  $\sigma_r$ , как

$$\sigma_r = (1 - r^2) / \sqrt{n - 1};$$

в) оценить значимость коэффициента корреляции. Для этого выдвинуть нулевую гипотезу  $H_0: r = 0$ , для проверки которой рассчитать критерий Стьюдента  $t^*$ :

$$t^* = r / \sigma_r$$

По статистическим таблицам определить  $t_{кр}$  — критерий Стьюдента при заданном уровне значимости ( $\alpha=5\%$ ) и числе степеней свободы  $\nu=(n-1)$ .

Если  $|t^*| > t_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается, отклонение  $r$  от нуля носит неслучайный характер, и, следовательно, величина  $r$  значима.

Пример расчета представлен в таблице 3.

Таблица 3.

Модель линейной регрессии связи температуры воды в декабре и ноябре (1957-1983 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.), ее параметры и оценка их значимости

Уравнение модели: $TPO_{12} = 0.80 TPO_{11} + 1.22$								
Параметр линейной регрессии		Оценка значимости						Вывод
$r$	0.69	$\sigma_r$	0.087	$t^*$	7.91	$t_{кр}(0.05;36)$	1.69	значимый
$R^2$	0.48							
$a$	0.80	$\sigma_a$	0.14	$t_a^*$	5.65	$t_{кр}(0.05;35)$	1.69	значимый
$b$	1.21	$\sigma_b$	1.31	$t_b^*$	0.93	$t_{кр}(0.05;35)$	1.69	незначимый
$D_{\bar{y}}$	6.66			$F^*$	31.87	$F_{кр}(0,05;1;35)$	4.12	адекватна
$D_{\varepsilon}$	0.21							
$\sigma_{\varepsilon}$	0.45	$\sigma_y$	0.62	$0,67 \sigma_y$	0.42			$\sigma_{\varepsilon} > 0,67 \sigma_y$
Модель среднего качества и требует дополнительного уточнения, т.к. несмотря на адекватность и значимость основного коэффициента регрессии, дисперсии, описываемой моделью (45 %) недостаточно, незначим свободный член уравнения регрессии и стандартная ошибка модели (0.45 °C) превышает допустимую (0.42 °C).								

### Задание 6

Рассчитать уравнение линейной регрессии

$$y = ax + b,$$

где  $a = r(\sigma_y / \sigma_x)$  — коэффициент регрессии, представляющий тангенс угла наклона линии регрессии к оси абсцисс,

$b = \bar{y} - a\bar{x}$  — свободный член, представляющий расстояние от начала координат до пересечения оси ординат уравнением регрессии.

1. Вычислить значения  $a$  и  $b$ ;
2. Построить график связи статистических рядов  $x$  и  $y$  (рисунок 3). На графике провести уравнение регрессии  $y = ax + b$ ;
3. Определить коэффициент детерминации  $R^2 = r^2$ , который показывает долю дисперсии исходного ряда, которая описывается моделью регрессии.

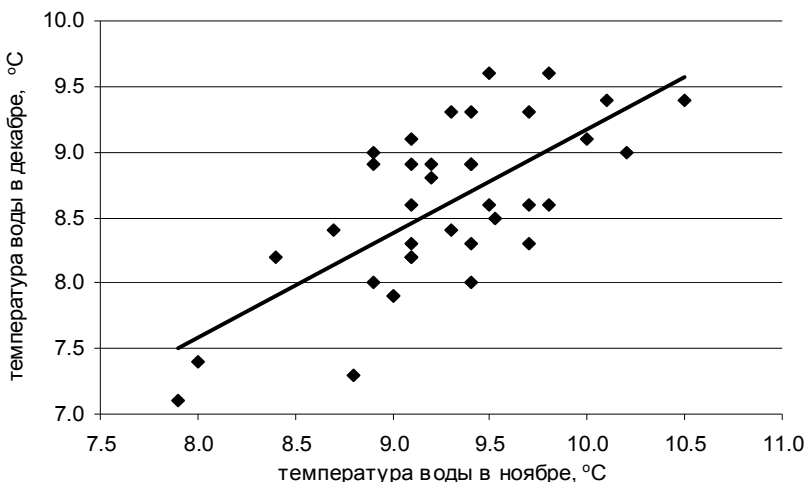


Рисунок 3 – График связи и линия регрессии для температуры поверхности океана в ноябре и декабре (1957-1993 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.).

5. Рассчитать стандартные случайные погрешности параметров  $a$  и  $b$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y(1-r^2)}{\sigma_x(\sqrt{n-1})}, \quad \sigma_b = \frac{\sigma_y\sqrt{1-r^2}}{\sqrt{n-1}}.$$

в) оценить значимость коэффициентов регрессии. Для этого выдвинуть нулевую гипотезу  $H_0: a = 0, b = 0$  для проверки которой рассчитать критерии Стьюдента  $t^*$ :

$$t_a^* = a/\sigma_a, \quad t_b^* = b/\sigma_b,$$

По статистическим таблицам определить  $t_{кр}$  — критерий Стьюдента при заданном уровне значимости ( $\alpha=5\%$ ) и числе степеней свободы  $\nu=(n-2)$ .

Если  $|t_a^*| > t_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается, отклонение  $a$  от нуля носит случайный характер, и, следовательно, величина  $a$  значима. Если  $|t_b^*| > t_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается, отклонение  $b$  от нуля носит случайный характер, и, следовательно, величина  $b$  значима.

Пример расчета представлен в таблице 3.

## Задание 7

Оценить адекватность регрессионной модели:

1. Вычислить по уравнению регрессии  $n$  значений температуры воды ( $\hat{y}$ ).
2. Построить график вычисленных и фактических значений температуры воды (рисунок 4).
3. Рассчитать дисперсию модели  $\hat{y}$ , характеризующую изменчивость линии регрессии относительно среднего значения  $\bar{y}$

$$D_y = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2.$$

4. Рассчитать дисперсию остатков  $\varepsilon$ , характеризующую отклонение уравнения регрессии от результатов наблюдений  $y$

$$D_\varepsilon = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2.$$

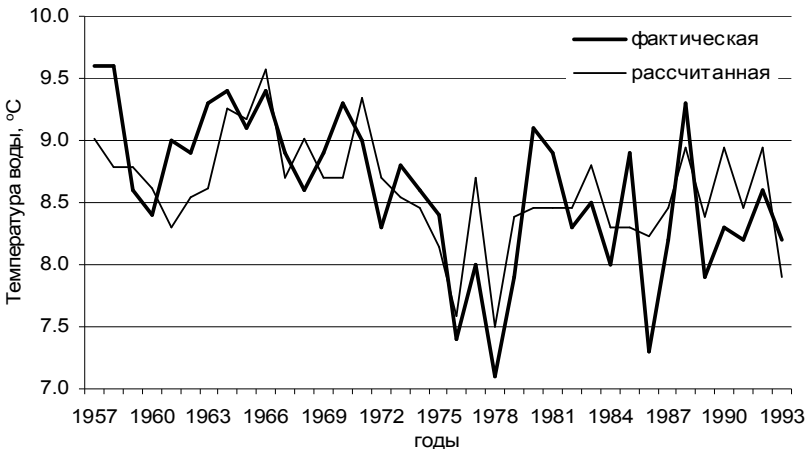


Рисунок 4 – Фактические и вычисленные по уравнению регрессии значения температуры воды в декабре в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.).

5. Оценить адекватность регрессионной модели. Для этого выдвигаем нулевую гипотезу о равенстве дисперсий  $H_0: D_{\hat{y}} = D_{\varepsilon}$ . Для ее проверки используется критерий Фишера. В начале вычисляется дисперсионное отношение  $F^* = D_{\hat{y}}/D_{\varepsilon}$ , которое сравнивается с  $F_{табл.}$  при заданном уровне значимости  $\alpha$  ( $\alpha=5\%$ ) и степенях свободы  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = n-2$ . Если  $F^* > F_{табл.}$ , то нулевая гипотеза о равенстве дисперсий отвергается, что означает в рассматриваемом случае адекватность регрессионной модели.

6. Рассчитать стандартную ошибку модели  $\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{D_{\varepsilon}}$ . Сравнить ее со стандартным отклонением исходного ряда  $\sigma_y$ .

7. Проанализировать качество полученной регрессионной модели, учитывая, что для хорошей модели необходимо выполнение следующих условий:

- 1) коэффициент корреляции должен быть значим;
- 2) все коэффициенты регрессии должны быть значимы;
- 3) модель должна быть адекватна;
- 4) коэффициент детерминации должен быть больше 0.7;
- 5) стандартная ошибка модели должна быть меньше 0.67 стандартного отклонения исходного ряда  $y$ .

Пример расчетов представлен в таблице 3.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

### Анализ временной изменчивости рядов температуры воды

#### Задание 1

Ответить на вопросы:

1. Спектральная плотность и ее свойства.
2. Основные задачи объективного анализа океанологических полей.

#### Задание 2

Выделение и анализ тренда временного ряда.

1. Выбрать один временной ряд температуры воды и с помощью метода наименьших квадратов рассчитать линейное уравнение трендовой составляющей

$$T(t) = a_0 + a_1 t,$$

где  $t$  – время.

Расчет коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  осуществляется точно таким же образом, как и в задании 6 контрольной работы 1. Следует обратить внимание, что поскольку в качестве независимой переменной выступает время, то она будет иметь вид  $t_i = 1, 2, 3 \dots n$ , где  $n$  – длина исходной реализации, а зависимой переменной является ряд температуры воды.

2. После этого осуществляется расчет коэффициента корреляции ( $r$ ), его стандартной ошибки ( $\sigma_r$ ), коэффициента детерминации ( $R^2=r^2$ ), показывающего вклад тренда в описание дисперсии исходного ряда.

3. Оценка значимости тренда выполняется путем оценки значимости коэффициента корреляции  $r$ . Для этого выдвигается нулевая гипотеза  $H_0: r = 0$ , для проверки которой рассчитывается критерий Стьюдента  $t^*$ :

$$t^* = r/\sigma_r$$

По статистическим таблицам определяется  $t_{кр}$  – критерий Стьюдента при заданном уровне значимости ( $\alpha=5\%$ ) и числе степеней свободы  $\nu=(n-1)$ .

Если  $|t^*| > t_{кр}$ , то нулевая гипотеза отвергается. Это означает, что тренд неслучайным образом отличается от нуля и вносит определенный вклад в формирование изменчивости исходного ряда.

4. Оценить величину тренда 1 год как  $T_{Г1}=a_1$ ; за 10 лет:  $T_{Г10}=10 a_1$ .

5. Нанести уравнение тренда на график временного ряда (рисунок 5) и проанализировать полученные результаты. Указать характер тренда (положительный или отрицательный, т.е. рост или падение температуры воды) и возможные физические причины его формирования.

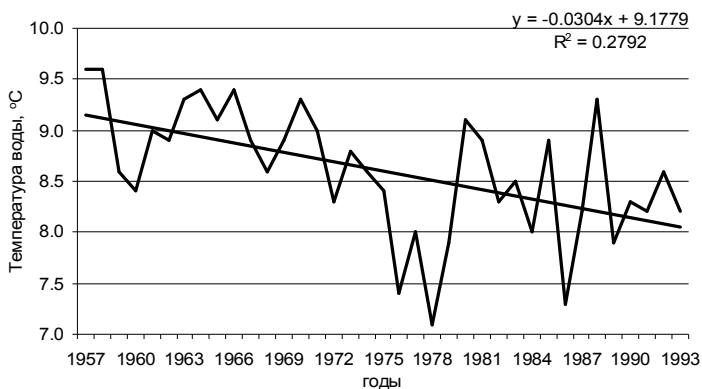


Рисунок 5 – Тренд температуры поверхности океана в декабре в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.).



### Задание 3

Построение и анализ автокорреляционной функции одного временного ряда.

1. Вычислить коэффициент автокорреляции  $r(\tau)$  для каждого из сдвигов  $\tau$  по формуле

$$r(\tau) = \frac{1}{\sigma_x^2(n-1-\tau)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x}),$$

где  $n$  – длина реализации,

$\tau$  – сдвиг, который меняется от 1 до максимума, например,  $\tau_{max} = 15$ .

В силу четности автокорреляционной функции временной ряд можно сдвигать в любую сторону (вперед или назад).

Построить график автокорреляционной функции (рисунок 6).

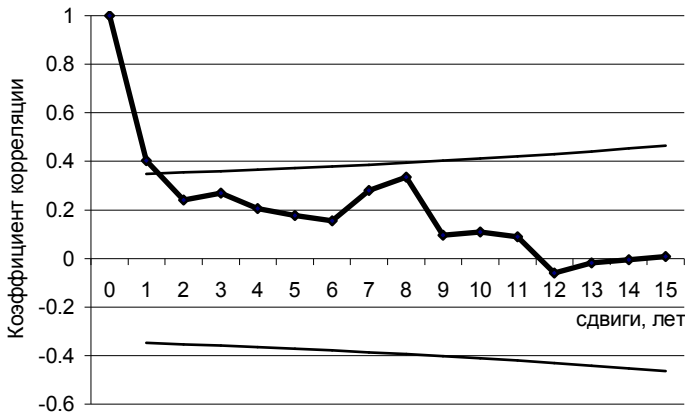


Рисунок 6 – Автокорреляционная функция для температуры поверхности океана в декабре (1957-1993 гг.) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.).

2. Оценить значимость коэффициентов автокорреляции  $r(\tau)$  на основе нулевой гипотезы  $H_0: r(\tau) = 0$  при  $\tau \neq 0$ . Напомним, что коэффициент автокорреляции окажется значимым, если выполняется условие  $|r(\tau)| > t_\alpha \sigma_{r(\tau)}$ , где  $t_\alpha$  – критерий Стьюдента с  $\nu = n - \tau - 1$  степенями свободы при уровне значимости

$\alpha = 5\%$ , а  $\sigma_{r(\tau)}$  – стандартное отклонение коэффициента корреляции в предположении  $r(\tau) = 0$ , т. е.  $\sigma_{r(\tau)} = 1/\sqrt{n-1-\tau}$ ;

*Указание:* учитывая линейный характер изменений критической области достаточно вычислить значения  $t_{\alpha}\sigma_{r(\tau)}$  для первого и последнего сдвигов  $\tau$ .

Нанести доверительные интервалы ( $+t_{\alpha}\sigma_{r(\tau)}$  и  $-t_{\alpha}\sigma_{r(\tau)}$ ) на график автокорреляционной функции (рисунок 6).

3. Проанализировать полученные результаты. Указать на тип случайного процесса, характеризующий графики автокорреляционных функций («белый шум», «красный шум», цикличность т.д.).

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

В качестве исходных данных используются ряды среднемесячной температуры поверхности в разных точках акватории Атлантического океана с 1957 по 1993 гг. Выбор из восемнадцати вариантов исходных данных производится на основании суммы двух последних номеров зачетной книжки. Например, последние цифры в зачетной книжке - ..38, следовательно, им соответствует вариант 11.

В каждый вариант исходных данных включены 3 временных ряда, Для выполнения контрольных работ нужно исследовать или все три ряда, или один из них, что указано в каждом конкретном задании.

Таблица 1.

Варианты выбора исходных данных

Варианты	Точки	Месяцы
1	3	1,2,3
2	3	4,5,6
3	3	7,8,9
4	3	10,11,12
5	4	1,2,3
6	4	4,5,6
7	4	7,8,9
8	4	10,11,12
9	7	1,2,3
10	7	7,8,9
11	7	10,11,12
12	8	1,2,3
13	8	4,5,6
14	8	7,8,9
15	8	10,11,12
16	9	1,2,3
17	9	4,5,6
18	9	7,8,9

Таблица 2.

Температура поверхности океана (°С) в точке 3 (60° с.ш. 30° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	6.9	6.5	6.9	7.0	7.6	9.5	11.6	12.4	11.2	9.4	7.9	7.6
1958	6.5	7.1	6.7	7.8	7.8	9.9	11.9	12.2	11.5	9.5	7.8	7.5
1959	6.9	6.6	6.6	7.3	8.0	8.9	10.7	11.1	10.5	9.1	7.9	7.2
1960	7.0	6.5	6.9	7.2	8.0	9.3	10.9	11.9	10.8	10.2	8.7	7.4
1961	7.3	7.1	7.2	7.3	8.2	9.4	10.4	10.9	10.3	8.7	7.8	7.1
1962	6.6	6.9	6.8	6.7	7.5	8.9	10.2	11.1	10.5	8.8	7.8	7.0
1963	7.6	6.6	7.1	6.9	7.3	8.6	9.8	10.9	10.0	8.4	7.4	8.0
1964	7.3	7.1	7.3	7.0	8.1	9.5	10.3	11.1	10.7	9.2	8.5	8.1
1965	7.5	7.4	7.4	7.7	8.0	9.7	11.6	12.1	10.9	9.6	8.5	8.0
1966	7.7	7.6	7.8	7.6	8.1	9.4	10.5	12.2	11.3	10.1	9.0	7.7
1967	7.2	7.2	7.0	7.0	7.7	8.4	10.1	10.9	10.2	8.7	7.9	7.2
1968	7.2	7.0	6.7	6.8	7.5	8.8	11.3	11.5	10.7	9.4	8.4	7.7
1969	7.0	7.0	7.4	6.7	7.6	9.0	9.9	10.7	9.7	8.6	7.4	7.4
1970	7.1	6.7	7.0	7.0	7.5	8.1	9.5	10.4	10.5	8.9	7.6	7.0
1971	7.0	6.9	7.0	6.8	7.9	9.3	11.0	11.6	10.2	8.7	8.0	7.2
1972	6.6	6.5	6.4	6.5	7.1	8.1	9.0	9.8	9.5	8.7	7.4	6.8
1973	6.4	6.4	6.0	6.4	7.1	8.1	9.7	10.0	9.9	8.6	7.2	6.6
1974	6.3	6.3	6.3	5.8	7.0	8.8	9.7	10.9	9.9	8.8	7.6	7.0
1975	6.1	6.2	5.6	6.2	7.0	7.8	9.1	9.6	8.9	8.5	7.5	6.6
1976	5.8	5.8	7.0	5.7	6.4	7.2	9.7	9.4	9.6	8.6	7.0	5.7
1977	5.2	6.3	6.4	6.3	7.5	8.8	9.8	10.7	9.2	7.6	8.1	6.0
1978	5.0	6.2	6.7	6.3	7.4	8.6	9.5	9.9	9.6	8.4	6.4	5.1
1979	6.1	6.2	6.7	6.5	7.7	8.0	8.7	9.9	8.7	8.1	6.7	5.4
1980	6.3	6.8	6.3	5.5	8.1	9.2	9.8	11.0	10.5	8.5	7.8	7.1
1981	6.9	5.6	5.7	6.2	6.7	8.5	9.9	9.9	9.5	8.2	6.9	6.6
1982	6.3	6.3	6.1	6.2	7.1	8.3	9.9	10.1	8.9	8.2	7.6	7.5
1983	7.8	7.6	6.1	7.8	8.0	7.8	9.8	8.6	9.1	8.1	7.4	6.5
1984	6.4	5.8	5.7	6.1	6.5	7.6	10.0	10.2	9.4	8.3	7.5	7.1
1985	6.3	7.3	6.1	6.1	7.0	8.1	9.4	10.6	10.0	9.0	7.4	7.5
1986	6.7	6.6	7.4	6.5	6.8	7.8	9.4	10.5	9.5	8.7	7.6	5.8
1987	6.6	5.9	5.9	6.4	6.5	9.5	10.8	11.8	10.2	7.7	7.6	6.5
1988	7.0	6.7	6.5	6.2	7.3	8.1	9.2	9.9	9.9	8.9	8.1	7.5
1989	6.5	6.8	6.1	6.2	6.3	8.0	9.4	9.7	9.3	8.4	6.6	6.9
1990	5.7	5.9	6.2	6.4	6.5	8.0	9.5	10.4	9.6	7.8	7.5	6.0
1991	6.3	6.0	6.3	6.3	6.8	8.4	9.5	11.1	10.0	8.2	6.7	5.9
1992	6.6	6.7	6.1	6.7	6.7	7.7	8.9	9.6	9.1	8.4	7.2	6.4
1993	7.2	5.6	5.9	6.0	6.0	7.4	8.7	10.2	10.2	9.1	6.3	6.6

Температура поверхности океана (°С) в точке 4 (60° с.ш. 20° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	8.6	7.9	8.5	9.1	9.6	11.3	12.8	13.3	11.8	10.4	9.6	9.1
1958	8.5	8.2	8.4	9.0	9.4	10.9	12.9	13.4	13.2	11.2	9.5	9.2
1959	8.6	8.3	8.5	9.3	10.1	10.4	12.1	12.4	11.7	11.0	9.6	9.2
1960	8.4	8.4	8.5	8.7	9.6	11.3	12.4	13.2	12.3	11.5	10.3	9.0
1961	8.9	8.4	8.8	8.7	9.9	10.4	11.8	12.0	11.5	9.9	9.0	8.7
1962	8.5	8.2	7.9	8.2	9.1	10.7	11.6	12.3	11.5	10.0	8.9	8.6
1963	8.3	8.2	8.5	9.0	8.8	9.8	11.5	12.1	11.3	9.8	8.9	9.1
1964	9.0	9.0	9.1	8.8	9.4	10.4	11.6	11.8	11.5	10.5	9.9	9.3
1965	8.4	9.0	8.9	8.9	9.3	10.9	12.3	12.7	11.7	11.2	9.5	9.0
1966	8.6	8.6	8.6	8.8	9.1	10.7	11.9	12.6	11.8	10.9	9.3	8.4
1967	8.4	8.8	7.9	8.6	9.1	10.5	11.6	12.0	11.6	10.0	9.1	8.1
1968	8.5	8.5	8.3	8.4	8.8	10.2	12.2	13.1	12.2	10.8	9.8	9.4
1969	8.8	8.2	8.2	8.5	9.1	10.6	11.4	11.8	11.4	10.6	8.9	8.9
1970	8.3	8.3	7.9	8.4	8.9	9.6	10.8	11.5	11.6	10.2	9.1	9.2
1971	8.3	7.8	7.8	8.5	9.4	10.9	11.8	12.9	11.9	10.9	9.9	9.0
1972	8.3	8.0	8.1	8.5	8.9	9.7	10.5	11.3	11.1	10.3	8.7	7.9
1973	8.2	7.7	7.8	7.8	8.6	10.0	10.7	11.5	11.2	10.1	9.0	8.1
1974	8.1	7.8	8.0	8.1	8.9	10.1	11.5	12.2	11.1	9.5	8.6	7.9
1975	7.4	7.2	7.3	7.9	7.9	9.2	10.5	11.2	10.5	9.6	9.2	8.1
1976	7.6	7.2	7.2	7.9	8.3	9.4	11.1	10.6	10.5	9.8	8.4	7.7
1977	6.4	7.3	8.1	7.2	8.9	9.9	11.8	11.6	11.0	9.8	8.6	6.9
1978	6.5	7.5	8.9	7.9	8.5	8.5	11.1	11.1	11.3	9.4	7.2	7.6
1979	9.2	7.9	7.1	7.4	8.9	9.4	10.5	10.7	11.0	9.7	9.2	8.0
1980	9.0	7.8	7.3	7.1	9.1	10.4	11.5	12.4	12.4	9.3	9.1	8.3
1981	8.2	6.3	7.3	8.5	8.8	10.1	11.3	11.1	11.5	9.9	8.5	9.0
1982	6.4	7.9	7.5	7.8	9.3	9.9	11.2	12.3	10.4	8.9	9.3	8.1
1983	9.0	9.0	7.9	9.3	9.6	9.5	10.6	11.2	11.0	10.0	9.2	8.2
1984	8.0	7.4	7.6	7.7	8.5	9.5	11.5	12.5	11.3	10.0	9.1	8.4
1985	8.5	7.9	8.3	7.8	8.9	9.7	11.0	11.8	11.1	10.0	9.4	8.8
1986	8.3	8.4	9.0	7.9	8.4	9.6	11.4	12.0	11.6	10.5	9.0	7.9
1987	8.0	7.7	8.1	7.7	8.5	9.0	11.9	13.1	11.5	9.8	8.8	8.1
1988	7.8	7.6	7.8	7.8	8.8	10.0	10.8	11.7	11.6	10.1	9.5	9.1
1989	8.3	7.9	8.1	8.0	8.7	9.9	11.5	12.0	11.0	10.2	8.5	8.5
1990	8.1	7.6	7.7	7.5	8.6	10.2	11.5	11.9	11.0	9.6	9.1	8.5
1991	7.5	7.6	8.0	7.6	8.6	10.8	12.7	12.9	11.6	9.5	8.7	8.3
1992	8.2	7.9	7.4	7.6	8.6	9.8	11.2	11.7	10.6	9.5	8.7	7.9
1993	7.6	7.6	7.6	7.4	8.4	9.3	10.4	11.6	11.6	10.5	9.3	7.9

Температура поверхности океана (°C) в точке 7 (55° с.ш. 50° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	3.2	2.7	2.7	3.7	3.8	6.7	7.6	9.5	8.5	6.4	4.3	2.5
1958	2.6	3.4	2.8	3.5	3.2	5.9	7.8	9.0	7.4	5.2	3.5	2.9
1959	3.3	1.9	3.5	2.4	3.2	5.2	7.7	8.9	8.1	5.2	4.0	2.7
1960	2.7	2.7	2.5	2.6	3.5	4.8	7.8	10.2	7.9	6.1	4.2	2.8
1961	3.0	2.9	3.9	2.6	3.4	4.4	7.0	8.8	7.2	6.3	5.2	3.8
1962	3.6	3.3	3.7	3.6	5.5	4.8	7.4	9.1	7.9	5.9	5.7	6.9
1963	3.4	2.4	2.6	3.0	2.7	5.4	6.5	8.4	7.3	5.8	5.0	3.3
1964	2.5	2.4	2.3	2.4	3.2	5.6	7.5	8.3	7.6	5.7	5.0	3.3
1965	3.0	2.4	2.6	2.5	4.0	5.4	8.0	9.2	7.9	6.5	3.6	3.7
1966	3.3	3.2	3.2	3.3	4.5	5.5	6.8	9.9	9.2	6.8	5.2	3.9
1967	3.2	2.6	2.3	2.5	3.2	5.5	8.3	9.8	8.6	6.2	4.6	3.7
1968	2.9	2.4	2.0	1.9	3.0	4.3	6.8	8.5	8.2	6.8	4.8	3.4
1969	2.8	3.0	2.8	2.1	3.3	4.9	8.2	9.6	7.9	5.7	4.5	3.6
1970	3.2	2.5	1.6	2.2	3.1	4.5	6.8	8.9	8.3	6.7	4.8	3.3
1971	3.0	2.8	1.8	2.4	3.2	5.3	7.4	9.2	8.3	6.1	4.9	4.0
1972	1.9	1.8	1.9	2.2	2.4	3.9	6.4	8.4	6.9	4.2	3.4	3.2
1973	2.0	2.1	1.8	2.5	3.5	5.5	8.4	9.8	8.6	6.6	5.2	3.8
1974	2.4	1.9	1.9	2.3	3.4	4.8	6.8	8.8	8.4	6.3	4.5	3.7
1975	2.0	2.6	2.5	3.0	5.6	4.8	7.4	8.8	8.4	5.9	4.2	3.3
1976	2.6	2.1	2.0	3.9	2.5	3.5	7.1	7.0	7.7	5.2	3.7	2.8
1977	2.1	2.1	2.8	3.1	4.0	4.6	7.7	7.3	7.6	5.9	5.2	3.1
1978	1.8	2.8	4.1	3.1	2.6	3.1	6.8	7.8	7.9	4.8	3.8	2.4
1979	1.4	1.8	1.8	2.5	2.3	6.2	7.6	8.7	7.8	5.8	4.4	3.3
1980	3.1	1.9	2.4	2.1	1.5	5.3	7.6	9.6	8.7	5.2	4.7	2.8
1981	1.0	2.1	0.4	2.8	5.1	5.7	8.3	9.0	8.2	7.0	4.8	5.4
1982	2.2	1.9	3.0	2.9	3.9	5.8	6.1	9.0	7.0	5.1	3.3	3.1
1983	1.4	3.2	1.1	3.8	4.5	4.6	6.5	7.7	6.9	6.1	4.8	2.7
1984	2.9	4.8	2.1	2.0	4.5	4.9	6.3	9.3	7.2	5.4	4.1	2.6
1985	0.4	1.5	2.4	1.9	2.9	3.6	7.6	8.3	8.3	6.2	4.9	3.3
1986	1.6	0.5	4.0	4.6	4.1	5.4	7.7	9.8	8.6	5.1	2.7	2.7
1987	3.0	1.1	1.8	1.1	2.8	5.4	7.6	7.8	8.0	5.6	3.0	1.8
1988	1.9	1.6	1.8	2.4	3.2	5.1	6.1	8.3	8.0	5.2	2.6	3.9
1989	0.1	-0.1	0.8	4.9	2.9	4.7	6.8	8.6	6.2	5.1	3.2	2.9
1990	1.0	1.7	0.7	1.5	5.1	3.8	6.3	8.5	6.0	5.1	2.3	2.6
1991	-0.1	0.8	1.6	2.2	4.6	4.8	5.4	8.2	6.2	5.7	3.4	2.5
1992	0.2	2.5	0.4	1.6	2.5	4.6	6.1	7.3	6.3	5.6	3.0	1.7
1993	-0.9	1.2	2.7	1.3	3.5	5.9	7.2	8.1	7.8	5.0	3.0	2.7

Температура поверхности океана (°C) в точке 8 (55° с.ш. 40° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	5.5	6.9	7.2	6.0	6.8	8.2	10.3	11.6	10.7	9.3	7.3	7.5
1958	6.2	6.1	6.4	6.5	8.0	9.0	11.1	12.2	10.7	8.5	7.2	7.2
1959	5.6	5.5	6.0	6.2	6.6	7.9	9.9	11.2	10.4	8.4	7.3	6.1
1960	5.8	5.6	5.6	5.7	7.4	8.0	9.7	11.8	10.1	9.0	7.4	6.8
1961	5.7	5.1	5.5	6.2	7.0	8.1	9.6	10.8	10.2	8.1	7.9	7.4
1962	7.0	6.1	6.4	6.4	7.1	7.6	10.2	10.6	10.0	8.2	7.9	7.8
1963	6.5	6.5	6.6	6.2	7.1	7.8	9.1	10.4	9.7	8.2	7.7	7.5
1964	6.4	6.2	6.6	6.2	7.1	9.0	9.8	10.9	10.5	8.6	8.0	7.1
1965	6.3	6.3	7.3	7.3	7.8	8.4	10.4	11.3	10.6	9.1	7.8	7.1
1966	6.8	7.1	6.7	7.2	7.6	8.2	10.3	12.5	11.6	9.9	8.6	7.4
1967	6.7	6.5	5.9	6.3	7.5	8.2	10.0	10.7	10.1	8.6	7.5	7.0
1968	6.3	5.7	5.4	5.9	6.8	8.0	9.6	10.1	10.1	8.9	7.9	6.4
1969	6.1	6.8	7.1	6.6	7.4	8.4	10.0	11.1	10.1	8.5	7.3	7.4
1970	7.0	6.2	6.4	6.7	7.1	7.4	9.3	10.8	10.4	9.3	7.6	6.8
1971	7.0	6.7	5.3	6.5	6.8	9.1	10.4	11.0	10.0	8.7	8.0	6.7
1972	5.2	5.1	4.9	5.5	5.9	7.5	8.7	10.0	9.9	8.4	7.1	6.0
1973	5.2	5.1	4.4	5.2	6.7	8.3	9.4	10.2	10.0	8.7	7.1	6.3
1974	5.4	5.3	5.1	4.8	6.9	7.9	9.0	10.3	9.5	8.7	7.5	6.2
1975	5.1	5.1	5.2	5.7	9.9	8.3	9.7	10.7	10.0	8.6	7.2	6.7
1976	5.7	5.6	4.4	3.9	6.1	6.9	8.3	9.7	9.4	7.9	6.5	5.6
1977	4.8	5.2	5.1	5.5	6.4	8.7	10.2	10.7	9.7	8.1	7.4	6.1
1978	4.2	5.0	6.8	5.6	6.1	7.7	9.1	9.9	9.8	8.8	6.9	5.1
1979	6.7	4.9	6.6	8.6	8.6	9.1	10.2	10.9	10.1	9.1	6.4	5.6
1980	5.9	5.9	5.4	5.7	6.7	8.8	10.3	10.7	11.0	8.4	7.7	6.6
1981	5.1	5.2	3.7	7.0	6.8	7.4	9.7	10.5	10.3	8.5	8.3	6.7
1982	4.6	5.9	5.4	5.3	5.5	7.2	9.1	12.1	9.2	8.4	6.5	5.9
1983	3.5	6.1	4.8	7.0	7.6	8.0	9.6	10.4	9.9	8.1	7.5	6.9
1984	5.0	5.6	5.0	4.4	6.1	7.3	9.2	10.1	9.5	7.4	6.0	5.4
1985	5.2	4.9	6.6	5.5	6.2	7.5	9.5	9.6	10.1	7.9	7.4	6.2
1986	4.9	4.9	6.3	4.7	6.4	7.2	8.7	10.1	11.3	7.9	6.3	5.3
1987	6.0	6.2	5.4	6.6	6.3	9.0	9.9	11.3	10.0	7.8	6.7	5.4
1988	6.5	5.4	5.6	5.7	6.8	7.9	9.6	9.5	10.2	8.5	7.8	6.7
1989	5.3	4.5	5.7	5.2	5.8	7.6	8.7	9.8	9.4	8.4	7.0	6.2
1990	4.7	5.0	4.8	5.5	5.3	6.6	7.6	9.2	9.2	8.2	7.4	6.6
1991	5.2	4.7	6.0	5.5	6.5	7.7	8.1	9.4	9.4	8.0	7.4	6.3
1992	6.7	5.4	3.6	5.6	5.0	6.6	9.0	9.7	8.9	8.5	7.8	5.8
1993	6.8	4.9	4.9	5.6	6.3	7.8	9.2	11.0	10.8	9.1	6.1	6.8

Температура поверхности океана (°С) в точке 9 (55° с.ш. 30° з.д.)

год	месяц											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	8.5	7.6	8.7	8.5	9.1	11.4	12.5	13.8	13.1	11.9	9.8	9.6
1958	8.5	8.7	8.7	9.3	9.8	11.3	13.1	13.8	13.1	10.9	9.5	9.6
1959	8.9	7.8	7.6	8.6	9.5	10.4	11.7	12.7	12.6	10.5	9.5	8.6
1960	8.6	7.8	8.0	8.5	9.2	10.4	11.9	13.2	12.0	11.3	9.3	8.4
1961	8.2	7.9	8.4	8.4	9.3	10.5	12.0	12.7	11.9	9.8	8.9	9.0
1962	8.6	8.3	8.3	7.7	8.9	9.8	12.3	12.3	11.4	10.6	9.2	8.9
1963	9.1	8.2	8.3	8.5	8.8	10.0	11.8	12.3	11.8	10.4	9.3	9.3
1964	8.8	8.7	8.7	8.2	9.3	10.9	11.8	12.9	12.6	11.1	10.1	9.4
1965	8.6	8.9	9.0	9.5	9.7	10.9	12.6	13.0	12.5	11.2	10.0	9.1
1966	8.6	8.5	8.8	9.0	9.0	10.3	12.0	14.0	12.8	11.7	10.5	9.4
1967	8.7	8.3	8.1	8.7	9.5	10.2	11.5	12.3	11.9	10.3	9.4	8.9
1968	8.7	8.5	7.9	7.9	9.0	10.0	12.2	13.3	12.1	11.0	9.8	8.6
1969	8.1	8.2	9.0	8.0	9.2	10.3	11.3	12.1	11.8	10.5	9.4	8.9
1970	9.1	8.1	8.4	9.1	9.2	10.1	11.4	12.4	11.8	11.0	9.4	9.3
1971	8.5	8.3	8.3	8.5	9.5	10.9	12.8	13.1	12.0	11.0	10.2	9.0
1972	8.0	7.5	7.6	8.2	8.8	9.4	10.6	11.9	12.1	10.9	9.4	8.3
1973	7.8	7.2	7.4	7.9	9.1	10.3	11.0	11.8	11.5	10.5	9.2	8.8
1974	8.2	7.9	7.7	7.5	8.3	9.9	11.2	12.3	11.3	10.9	9.1	8.6
1975	7.2	7.2	7.6	7.8	8.7	10.4	11.3	11.9	11.4	10.2	8.7	8.4
1976	8.1	7.4	7.6	7.6	8.0	8.8	11.0	11.9	11.4	9.7	8.0	7.4
1977	6.8	6.5	7.3	7.7	9.2	10.6	11.7	12.3	11.1	10.1	9.4	8.0
1978	7.1	7.8	9.3	8.0	8.5	9.7	11.1	11.9	11.5	10.1	7.9	7.1
1979	8.8	7.9	9.2	8.8	10.6	10.3	11.6	12.1	11.7	9.9	9.0	7.9
1980	7.9	8.0	6.7	6.8	10.3	11.2	11.6	13.0	12.2	10.4	9.1	9.1
1981	8.0	7.2	7.7	8.0	8.9	10.4	11.7	12.5	12.4	10.5	9.1	8.9
1982	8.9	7.4	8.3	7.6	8.3	9.2	11.3	12.5	10.6	9.5	9.1	8.3
1983	9.2	9.1	7.3	9.6	10.2	10.3	12.5	12.1	10.3	10.7	9.5	8.5
1984	7.9	7.2	7.4	7.8	9.2	9.9	12.1	12.8	12.0	10.3	8.9	8.0
1985	8.6	8.5	7.5	7.5	8.7	10.2	11.0	11.5	11.5	10.4	8.9	8.9
1986	8.1	7.6	8.7	7.9	8.0	9.1	11.2	11.6	12.4	10.7	8.8	7.3
1987	7.6	7.1	7.4	7.8	9.1	11.4	13.0	14.1	12.2	9.8	9.1	8.2
1988	8.4	8.1	8.5	7.6	9.2	10.2	11.3	11.9	12.1	10.6	9.7	9.3
1989	8.4	8.2	6.7	7.5	8.1	10.0	11.9	11.9	11.7	10.6	9.0	7.9
1990	7.3	7.1	7.6	7.6	8.5	9.8	10.9	11.7	11.7	10.4	9.7	8.3
1991	7.5	7.2	8.1	7.8	8.8	9.1	10.8	12.0	11.8	10.0	9.1	8.2
1992	8.9	8.8	7.4	7.2	8.4	10.0	10.9	11.2	10.7	10.4	9.7	8.6
1993	7.2	8.0	6.3	7.4	8.7	9.1	11.0	12.4	12.6	11.0	8.4	8.2



**ОСНОВНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ**

Таблица 1.

Критические значения  $t$ -критерия Стьюдента

Степени свободы $\nu$	Уровень значимости	
	10 %	5 %
1	6.31	12.7
5	2.01	2.57
10	1.81	2.23
20	1.73	2.09
30	1.70	2.04
50	1.67	2.01
100	1.66	1.99
500	1.65	1.96

Таблица 2.

Критические значения  $\chi^2$  – распределения с  $\nu$  степенями свободы при разных уровнях значимости  $\alpha$  %

$\nu$	$\alpha$ %			
	95	90	10	5
2	0.1	0.2	4.6	5.9
4	0.7	1.0	7.7	9.4
5	1.2	1.6	9.2	11.1
6	1.6	2.2	10.6	12.5
7	2.2	2.8	12.0	14.1
8	2.7	3.4	13.3	15.5
10	3.9	4.8	15.9	18.3
20	10.8	12.4	28.4	31.4
30	18.4	20.5	40.2	43.7
40	26.5	29.0	51.8	55.7
50	34.8	37.7	63.2	67.5

Таблица 3.

Критические значения F-критерия Фишера с  $\nu_1$  и  $\nu_2$  степенями свободы для уровня значимости  $\alpha = 5\%$

$\nu_1$	$\nu_2$							
	5	10	15	20	25	30	35	40
1	6.61	4.96	4.54	4.35	4.24	4.17	4.12	4.08
2	5.79	4.10	3.68	3.49	3.39	3.32	3.27	3.23
3	5.41	3.71	3.29	3.10	2.99	2.92	2.87	2.84
4	5.19	3.48	3.06	2.87	2.76	2.69	2.64	2.61
5	5.05	3.33	2.90	2.71	2.60	2.53	2.49	2.45
6	4.95	3.22	2.79	2.60	2.49	2.42	2.37	2.34
7	4.88	3.14	2.71	2.51	2.40	2.33	2.29	2.25
8	4.82	3.07	2.64	2.45	2.34	2.27	2.22	2.18
9	4.77	3.02	2.59	2.39	2.28	2.21	2.16	2.12
10	4.74	2.98	2.54	2.35	2.24	2.16	2.11	2.08
15	4.62	2.85	2.40	2.20	2.09	2.01	1.96	1.92
20	4.56	2.77	2.33	2.12	2.01	1.93	1.88	1.84
25	4.52	2.73	2.28	2.07	1.96	1.88	1.82	1.78
30	4.50	2.70	2.25	2.04	1.92	1.84	1.79	1.74
35	4.48	2.68	2.22	2.01	1.89	1.81	1.76	1.72
40	4.46	2.66	2.20	1.99	1.87	1.79	1.74	1.69
45	4.45	2.65	2.19	1.98	1.86	1.77	1.72	1.67
50	4.44	2.64	2.18	1.97	1.84	1.76	1.70	1.66

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
Указания по разделам . . . . .	4
Первичная обработка гидрометеорологической информации. . . . .	5
Построение и анализ эмпирических зависимостей. . . . .	7
Анализ временных рядов . . . . .	10
Анализ пространственных полей. . . . .	12
Контрольная работа № 1 . . . . .	14
Контрольная работа № 2 . . . . .	23
Приложение 1. Исходные данные к контрольным работам . . . . .	27
Приложение 2. Основные статистические таблицы. . . . .	33

Учебное издание

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
по дисциплине  
**"СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ"**

Составители: Валерий Николаевич Малинин,  
Светлана Михайловна Гордеева.

Редактор И. Г. Максимова.

ЛР № 203209 от 30.12.96.

---

Подписано в печать .....	Формат $60 \times 90 \frac{1}{16}$	Бумага кн.-жур.	Печать офсетная.
Печ. л. ....	Уч.-изд. л. ....	Тираж .....	Зак. ....

---

195196, СПб, Малоохтинский пр. 98. РГГМУ.  
Отпечатано .....